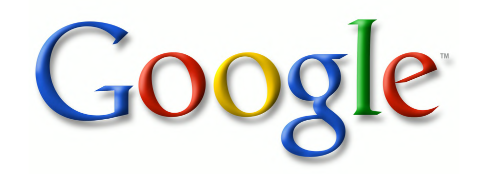



Eng
1307
76
HA
BOU
PI
FOR FREN
AND



LA GÉOMÉTRIE SOUTERRAINE.

LA GÉOMÉTRIE SOUTERRAINE, OU TRAITÉ DE GÉOMÉTRIE-PRATIQUE,

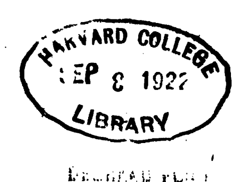
APPLIQUÉ A L'USAGE DES TRAVAUX DES MINES.

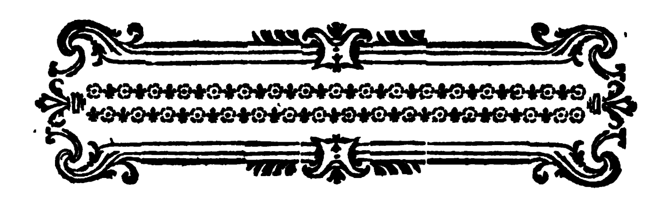
PAR M. DE GENSSANE,
Membre de la Société Royale des Sciences de Montpellier, Correspondant de l'Académie Royale des Sciences de Paris, Concessionnaire des Mines de Franche-Comté.



A MONTPELLIER,
Chez *RIGAUD*, *PONS*, & Compagnie, Libraires, Rue de l'Aiguillerie.

M. DCC. LXXVI.
AVEC APPROBATION ET PRIVILÉGE DU ROI.


HARVARD COLLEGE
SEP 8 1927
LIBRARY



DISCOURS PRÉLIMINAIRE,

OU

INTRODUCTION

A la Géométrie Souterraine.

TOUS les Maîtres Mineurs étrangers qui ſont venus demander de l'emploi dans les travaux de nos Mines de France, ſe ſont toujours annoncés pour des hommes au fait de la Géométrie Souterraine, afin de nous donner par-là des preuves de leur intelligence; & en cela ils ont eu raiſon, quelle que fût d'ailleurs leur capacité, parce qu'il eſt moralement impoſſible d'exploiter en règle une Mine un peu conſidérable,

ſi l'on ignore les opérations de Géométrie-Pratique, qui doivent régler les différens alignemens des travaux ſouterrains, & déterminer la correſpondance qu'ils peuvent avoir les uns à l'égard des autres.

Le terme de *Géométrie Souterraine*, peu connu parmi nous, en a en quelque ſorte impoſé à la plûpart de nos Mineurs : on a cru que cette Géométrie étoit différente de la Géométrie-Pratique ordinaire ; & que pour s'en procurer un Traité, on ſeroit obligé de recourir à l'Etranger. En effet, cet Ouvrage manque dans nos Mines, où il eſt de premiere néceſſité. Il eſt cependant conſtant qu'il n'y a pas un Problême dans la Géométrie Souterraine, qui n'appartienne immédiatement à ce que nous appellons Géométrie-Pratique. Feu Mr. Jars nous en avoit promis un Traité, mais ſa mort prématurée nous a privé de cet Ouvrage ; en ſorte que dans mon dernier voyage à Paris, tous ceux qui ſe mêlent des Mines, & que je vis

dans cette Capitale, me parlèrent de Géométrie Souterraine, & m'engagèrent d'y travailler. Le bien de l'Etat, & sur-tout le sincère empressement que j'ai toujours eu de me rendre utile à mes Concitoyens, m'ont fait entreprendre cette tâche. Mon but a été de rendre ce petit Traité aussi intelligible qu'il m'a été possible. J'ai également tâché d'être le moins diffus que j'ai pu, sans cependant rien négliger d'essentiel, ou qui pût arrêter quelqu'un au milieu de ses opérations. On sent bien au surplus que dans ces mêmes opérations qui sont toutes de pratique, on ne peut se promettre de la précision qu'autant qu'on a soin de se servir d'instrumens exacts, & d'apporter en opérant toute l'attention réquise.

J'ai divisé ce Traité en trois Parties : dans la premiere, j'ai rendu compte des différentes situations & alignemens qu'affectent les filons ou veines métalliques dans les roches & les terres où

elles ſe forment : dans la ſeconde, j'ai donné la deſcription & l'uſage des inſtrumens dont on a coûtume de ſe ſervir pour lever le plan des travaux des Mines : la troiſième, enfin, qui eſt, à proprement parler, le corps de l'Ouvrage, renferme les Solutions de tous les Problêmes qui ont rapport à la Géométrie Souterraine.

J'aurois pu, à la rigueur, me diſpenſer de donner la première Partie ; mais, dans les Mines encore plus qu'ailleurs, la nature a ſes caprices, & il eſt des cas où un Géomètre même, en opérant avec toute la préciſion poſſible, pourroit ſe trouver en défaut, s'il ignoroit les interruptions ou les variations dont un filon eſt ſuſceptible. J'ai d'ailleurs remarqué que la plûpart des perſonnes qui n'ont pas vu avec quelque attention les travaux des Mines, quoique très-éclairées d'ailleurs, ſe forment de leurs filons des idées qui leur ſont abſolument étrangères. Rien n'eſt plus com-

mun dans une converſation ſur les Mines, que d'entendre parler de troncs, d'arbres, de branches, de racines, &c. Je puis cependant aſſurer que rien de tout cela, rien même qui en approche ne ſe trouve dans les Mines. Il eſt vrai qu'on emploie aſſez communément le mot de *rameau* dans ce genre de travaux, pour déſigner une petite veine qui s'écarte du filon ou veine principale; mais ce n'eſt pas à dire pour cela que ces rameaux aient la moindre reſſemblance avec les branches des arbres. Les veines minérales ou filons ſont toujours par couches plus ou moins épaiſſes, & plus ou moins inclinées à l'horiſon, depuis la ligne perpendiculaire juſqu'à l'horiſontale : ces veines ou couches s'étendent quelquefois aſſez loin, même à plus d'une lieue de longueur, & ſuivent à peu près le même alignement. Mais pour l'ordinaire ces étendues ſont moindres : quant à leurs directions, il n'y a aucune règle; elles vont ſuivant tous les points

de l'horiſon, en obſervant cependant que lorſqu'un filon affecte un alignement comme, par exemple, du Nord au Sud, ou du Nord-Eſt au Sud-Oueſt, il eſt rare qu'il ſe détourne conſidérablement de cette direction. Les Mineurs pour déſigner ces différentes directions, ont diviſé l'horiſon en vingt-quatre heures; ſavoir, douze depuis le Nord jusqu'au Sud, & douze depuis le Sud juſqu'au Nord; enſorte que lorſqu'un filon a ſon alignement du Nord au Sud, on dit en terme de Mineurs que ce filon va par les douze heures : ſi le filon ſe dirige de l'Eſt à l'Oueſt, on dit qu'il va par les ſix heures, & ainſi des autres, comme on le verra plus en détail dans la premiere partie de cet Ouvrage.

On nous dira peut-être que les Mines de fer qui ſont ſuperficielles, ainſi que les Mines en amas ou en rognons, n'obſervent aucune direction déterminée : je répondrai à cette obſervation, qu'à l'égard des Mines de fer en grains

ou en sable, qui se trouvent assez communément à la surface de la terre, il y en a de deux sortes : de la premiere sont celles qui, entraînées par les eaux, sont déposées aux pieds des côteaux & dans les plaines adjacentes; celles-ci ne peuvent observer aucun alignement règlé, parce qu'elles sont hors de leurs propres veines : mais il n'en est pas de même de celles qu'on trouve dans les endroits mêmes où elles se forment journellement; ces dernières, ou du moins le terrain qui les produit, ont toujours un alignement suivi qu'on reconnaît très-bien à la seule inspection des terres dont la couleur ocreuse les distingue des terres collatérales.

Quant aux Mines en amas ou en rognons, auxquelles Agricola donne le nom très-expressif de *venæ conglomeratæ*, il est évident que si on ne considére qu'un seul de ces rognons, ou amas de minéral qui sont quelquefois très-considérables, il ne peut avoir au-

cune direction, puiſque ce n'eſt qu'un bloc iſolé. Mais ces amas ne ſont jamais ſeuls, ſi ce n'eſt par quelque haſard ou caprice de la nature : ils ſont toujours au contraire diſperſés çà & là, & pour ainſi dire parſémés dans les terres ou roches qui les renferment, & ces terres ou roches conſervent toujours un alignement ou direction quelconque : car il eſt bon d'obſerver ici, une fois pour toutes, que dans un filon ou veine minérale il ne faut pas ſeulement avoir égard aux veines de pur minéral, mais il faut encore y comprendre les terres ou roches qui les accompagnent, ou plutôt qui les renferment ; & ces roches ou terres ſont toujours d'une nature différente des terres ou roches collatérales ; c'eſt ce qu'on appelle puiſſance d'une veine ou filon, & qui, à proprement parler, n'eſt autre choſe que l'épaiſſeur de la couche qui renferme le minéral.

Les veines en amas ou en rognons ſont de toutes les Mines les plus diffici-

les à exploiter, sur-tout lorsqu'elles se trouvent dans des glaises ou terres grasses, & que la puissance ou largeur de la veine est considérable ; car il faut remarquer que ces puissances s'étendent quelquefois à trente ou quarante toises de largeur ; & il arrive alors que lorsqu'on a extrait le minéral d'un rognon, on est fort embarrassé de savoir de quel côté il faut percer, pour joindre le rognon qui en est le plus voisin, parce que les glaises laissent rarement entrevoir les indices ou petits filets de communication d'un rognon à l'autre ; d'autant plus que ces filets contiennent rarement du minéral, & que ce n'est qu'à leur couleur qu'on peut les distinguer : en général, dans ces sortes de travaux ce n'est que par une longue habitude & un travail suivi sur une même Mine, qu'on peut se procurer les connoissances nécessaires à son exploitation.

Les Mines en rognons qui se trouvent dans le spath, le schiste ou autres

roches de cette nature, sont moins difficiles, à faire parce qu'il est rare qu'après avoir extrait le minéral d'un bloc ou rognon, on n'apperçoive pas sur les parois de la roche qui lui servoit d'enveloppe, quelques filets ou petites fentes ordinairement remplies d'une terre ou autre substance différente de la roche, & qui communiquent pour l'ordinaire avec les rognons voisins, & c'est en suivant ces indices qu'on y parvient.

Toutes ces difficultés doivent nous avertir que dans les travaux des Mines en général, & sur-tout de celles dont nous parlons, on ne sauroit trop s'attacher à se procurer un homme sédentaire & à qui on puisse accorder sa confiance, qu'on appelle en Allemagne *Obersteiger*, & que nous pouvons nommer *Sergent-Major* des Mines, dont les fonctions sont de conduire & de veiller à tout ce qui a rapport aux travaux souterrains. Un tel homme, pour peu qu'il ait d'expérience & d'aptitude, ne man-

quera jamais d'acquérir par l'habitude d'un travail ſuivi, & ſans même qu'il s'en apperçoive, toutes les connoiſſances rélatives à ſon exploitation & à la qualité des filons qu'il exploite ; & ce qu'il y a de ſingulier encore, c'eſt que ce même homme, très-habile dans un travail où il eſt habitué, ſe trouvera très-neuf dans un Ouvrage dont les veines ſeront d'une qualité différente. Nous devons en dire autant des Maîtres Fondeurs ; un homme habitué à fondre une ſeule eſpèce de minéral, le fondra avec beaucoup d'intelligence, & ne fera rien qui vaille, ſi on l'emploie à la fonte d'un minéral différent. Les Fondeurs de Heſſe, par exemple, paſſent pour réuſſir paſſablement dans la Fonte de quelque eſpèce de minéral qu'on leur préſente. La raiſon de ce fait eſt que dans la Heſſe ainſi que dans les Vauges & dans les montagnes de la forêt noire, les Mines y ſont très-variées & même confondues. On y trouve communément non ſeule-

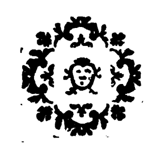
ment dans un ſeul filon, mais dans un ſeul morceau de minéral, pluſieurs eſpéces de métaux, du cuivre, du plomb, de l'argent, du cobalt, du fer, &c. Et les Fontes s'y réglent ſuivant que l'un ou l'autre de ces différens métaux y prédominent ; & tout cela fait voir que les travaux des Mines rentrent naturellement dans la claſſe de toutes les autres profeſſions, où une longue habitude bien entendue prévaut pour l'ordinaire aux ſpéculations ſouvent peu refléchies ; car il s'en faut de beaucoup que je m'éléve ici contre tant de recherches utiles à l'avançement des arts ; & ſans ſortir de la queſtion des Mines, combien n'en a-t-on pas perfectionné le travail depuis quelques années ? Et combien ne doit-on pas à ces hommes nés pour le bien de la Société, qui ſacrifient tout à la fois, leur tems, leurs talens & ſouvent leur fortune à l'utilité publique. Chaque art a ſans doute ſon point de perfection au de-là duquel il n'eſt guere

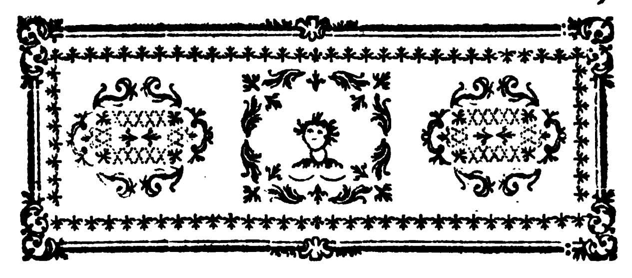
guère poſſible de le porter : mais c'eſt préciſément ce point qu'il s'agit non ſeulement d'atteindre, mais encore de connoître, parce qu'un ſuccès apparent n'en exclut pas un meilleur, & c'eſt à ce dernier que doivent ſe rapporter toutes nos recherches.

Du tems d'*Agricola*, Inſpecteur des Mines en Allemagne, qui vivoit au commencement du quinzième ſiécle, la Géométrie Souterraine étoit peu de choſe, à en juger par le peu qu'il nous en a laiſſé dans ſon excellent Traité de *Re Metallicâ*. On l'a beaucoup augmentée depuis ; on en a perfectionné la théorie ; & les inſtrumens dont nous faiſons uſage aujourd'hui, ſont bien plus exacts & plus commodes que ceux dont on ſe ſervoit alors. Mais toutes ces rectifications ne ſont point imprimées.

En écrivant cet Ouvrage, j'avois d'abord ſuppoſé que ceux qui ſeroient dans le cas de s'en ſervir, ſeroient au moins inſtruits des premiers élémens de la

Géométrie-Pratique, dont nous ne manquons pas d'excellens Traités. Mais ayant refléchi que la plûpart des personnes qui se destinent à ce travail, sont rarement à portée de se procurer ces Traités, & encore moins d'en faire un bon choix, j'ai cru qu'il seroit plus utile d'insérer dans celui-ci ces premieres notions, & de les détailler de manière qu'en lisant le tout avec attention, & en s'accoûtumant peu à peu à la pratique des opérations dont je rends compte, chacun fût en état de s'instruire à fond par soi-même, & d'y acquérir toutes les connoissances réquises. C'est, si je ne me trompe, à peu près tout ce qu'il faut pour remplir la tâche que je me suis imposée.





LA GÉOMÉTRIE SOUTERRAINE.



PREMIERE PARTIE.

Des Filons ou Veines Minérales.

EN terme de Minéralogie on appelle *Filon* ou *Veine Minérale*, une couche de roches ou de terres qui renferment un Minéral quelconque. Ces roches ou terres ſont toujours d'une nature différente de celle des roches ou des terres collatérales qui leur ſervent de parois. Les roches ſont pour l'ordinaire du

quarts, du ſpath, du ſchiſte, de pierre cornée de differentes couleurs, &c. A l'égard terres elles ſont toujours d'une nature des plus ou moins graſſe, aſſez ſouvent marneuſe. Elles varient beaucoup pour la couleur ; il y en a de blanches, de griſes, de noires, de violettes, & d'autres couleurs, ſuivant la nature des Minéraux qu'elles renferment. Pour ſe former une idée à peu près exacte de ce que nous venons de dire, ſoit la montagne A (*fig.* 1, *planche I.*), la couche B C qui traverſe tout l'intérieur de la montagne vers D, eſt ce qu'on appelle un filon, ſur-tout lorſque cette couche renferme un Minéral quelconque. Si cette couche ou filon tombe perpendiculairement de B en C ſur la ligne G H que nous ſuppoſons horiſontale, on dit alors que c'eſt un filon vertical ou un filon droit; ſi au contraire cette couche s'incline à droite ou à gauche de la perpendiculaire vers E ou F, ce ſera un filon couché ou incliné. La hauteur B C eſt ce qu'on appelle la profondeur du filon, & ſon alignement B D, au travers de la montagne, marque ſa direction.

L'épaiſſeur *b b d d* de cette couche eſt ce qu'on nomme puiſſance ou lar-

geur du filon, ſoit qu'il ne contienne que du Minéral pur, ce qui eſt très-rare, ſoit que le Minéral ſoit mêlé avec les autres ſubſtances dont nous venons de parler.

Lorſqu'un filon eſt vertical, c'eſt-à-dire qu'il deſcend perpendiculairement à l'horiſon, on appelle les roches *b* B *d*, D *b d* entre leſquelles il ſe trouve renfermé, les parois du filon; mais ſi ce filon eſt incliné comme I N K ou horiſontal comme L M, les roches qui les renferment ont un nom différent. Pour lors la roche qui eſt au deſſus comme O & P, s'appelle le toit du filon, & celle qui eſt au deſſous comme Q & R, s'appelle le lit du filon : en Allemagne on donne à la roche du deſſus le nom de *hang*, & celui de *ligt* à la roche du deſſous qui ſert de lit au filon.

Je fais ici cette obſervation, parce que dans toutes nos Mines qui ſont limitrophes de l'Allemagne, on leur a conſervé cette dénomination allemande; dans quelques autres endroits, on donne le nom de couverture à ce que nous appellons le toit d'un filon, & celui de chevet à la roche qui lui ſert de lit. Il eſt évident, par les définitions que nous venons de donner des différentes parties d'un filon,

que si on excepte les horisontaux, tous les autres doivent avoir un alignement, ou direction quelconque : or pour déterminer ces directions, il est d'usage dans les travaux des Mines de diviser l'horison en vingt-quatre parties qu'on appelle heures, comme on peut le voir dans la figure deuxieme (*planche I.*); cette division commence toujours par la ligne de XII heures, dont la direction est Nord & Sud, & l'on place les autres divisions de part & d'autre de cette ligne, savoir, douze depuis le Nord jusqu'au Sud, & douze autres depuis le Sud jusqu'au Nord, d'où l'on voit que la ligne de l'Est à l'Ouest, & réciproquement, passe toujours par le point de six heures, que la direction du Nord-ouest au Sud-est se trouve sur la division de neuf heures, & que celle du Nord-est au Sud-ouest répond aux points de trois heures, & ainsi des autres : de cette maniere, lorsque la direction d'un filon s'étend du Sud-ouest au Nord-est, on dit en termes de Mineur, que ce filon va par les trois heures. S'il se dirige du Nord au Sud, & réciproquement, on dit que le filon va par les douze heures, & ainsi des autres directions, suivant l'heure à laquelle elles répondent.

Outre ces divisions, les Allemands ont encore donné différens noms aux filons, suivant leurs différentes directions. Ils appellent un filon qui va par les douze heures, *sthend gang*, c'est-à-dire filon droit ou vertical, parce que tout filon qui a cette direction est ordinairement vertical, ou perpendiculaire à l'horison; un filon qui va par les six heures, c'est-à dire de l'Est à l'Ouest, est appellé *spath gang*: on pourra également donner à ceux-ci le nom de *stend gang*, ou filon droit, parce qu'ils sont ordinairement verticaux; mais on les distingue des premiers par le nom de *spath gang*, parce que les filons qui ont cette direction sont toujours mêlés de spath, & renferment peu d'autres roches: au lieu qu'on ne rencontre que peu ou point de spath dans les filons dont la direction est par les douze heures au Nord & Sud. Les filons dont les directions sont par les lignes de neuf heures ou de trois heures, sont appellés *flach gang*, c'est-à-dire filons couchés ou inclinés, parce qu'on a observé que tout filon dont la direction n'est point Nord & Sud, ou Est & Ouest, est d'autant plus incliné à l'horison, qu'il s'éloigne davantage de ces deux di-

rections principales : d'où il suit que les filons qui se dirigent sur la ligne de trois ou de neuf heures, sont ceux qui, pour l'ordinaire, sont les plus inclinés, ou qui flaquent le plus ; & c'est pour cette raison qu'on les appelle *flach gang*, ou filons couchés.

Le plan de cet Ouvrage n'exige point que nous cherchions la cause physique des régularités singulieres qu'on a observées dans la nature & la situation des filons ; cet objet n'est point du ressort de la Géométrie Souterraine : au reste, quoique ces phénomènes ne soient pas sans exceptions, ils ne méritent pas moins l'attention des Naturalistes.

Enfin on donne le nom de *morgen gang*, ou filon du matin, à tout filon dont la direction va depuis le Nord jusqu'à l'Est, c'est-à-dire depuis la ligne de douze heures, jusqu'à celle de six ; & l'on appelle *nakt gang*, ou filons du soir, ceux dont l'alignement se dirige depuis l'Est jusqu'au Sud, ou depuis l'Ouest jusqu'au Nord, c'est-à-dire depuis la ligne de six heures jusqu'à celle de douze. Il faut consulter sur tout cela la deuxieme figure de la planche premiere, où nous avons eu soin de marquer toutes ces dif-

férentes directions avec leurs dénominations.

A l'égard des filons horisontaux, ceux qui renferment des métaux sont fort rares ; la raison en est, si je ne me trompe, que ces filons étant pour l'ordinaire très-profonds, ne donnent aucun indice au jour qui puisse les faire connoître, il n'y a que le hasard qui nous les découvre.

Il n'en est pas de même des veines ou filons de charbon de pierre ; ceux-ci, du moins ceux qui donnent le meilleur charbon, prennent toujours une situation qui s'écarte peu de l'horisontale. Mais ils ont cela de particulier, que leurs extrêmités ou leurs têtes s'élevent toujours plus ou moins vers la surface du terrain, comme on peut voir en *u x y* (*fig.* 1.) où la veine *y u* s'éloigne peu de la ligne horisontale, ensuite sa tête ou son extrêmité s'éleve de *u* en *x* jusqu'à la surface du terrain ; & ce qu'il y a de singulier encore, c'est que depuis *u* jusqu'à *x*, où ces veines se redressent, le charbon y est rarement bon ; & ce n'est que lorsqu'elles prennent une situation peu différente de l'horisontale, comme *u y*, que ce minéral se trouve abondant & de bonne qualité.

Outre les filons dont nous venons de faire mention, on trouve assez souvent de petites veines dispersées çà & là sans aucun ordre, comme on voit en *g* (*fig.* 1.) Ces veines sont ordinairement couchées parallelement à la pente des montagnes où elles se trouvent; elles ne gardent aucune suite; ce sont de petits amas isolés, tantôt plus, tantôt moins inclinés, mais jamais perpendiculaires, ni parfaitement horisontaux: le minéral est toujours plus épais vers le milieu qu'à leur extrêmité, qui se termine en arête, ce qui fait que ces rameaux ont une forme à peu près lenticulaire; leur configuration varie extrêmement; ils ont quelquefois une figure à peu près circulaire, d'autres fois alongée, ou d'autres figures irrégulieres, mais toujours applaties; leurs dimensions ne sont pas toujours considérables; les plus forts n'excédent pas trois toises de diamètre, du moins je n'en ai pas vu de plus considérables: il y en a qui n'ont que deux ou trois pieds de large; leur épaisseur ordinaire, sur le milieu, est depuis deux jusqu'à six pouces, rarement au-delà: la distance des uns aux autres ne varie pas moins; j'en ai vu jusqu'à trois l'une au dessus de l'au-

tre, dans un travail de cinq à six pieds de hauteur, & d'autres fois il ne s'en trouve pas du tout; mais on fait rarement beaucoup de chemin sans en retrouver.

Lorsque ces veines se trouvent dans un roc fort dur, & que le minéral n'est pas riche, elles payent rarement les frais du travail; mais si le roc est passable, & que le minéral soit de bonne qualité, leur exploitation peut être très-lucrative.

Quelques Savans ont cru que ces petites veines ainsi dispersées, n'ont point été formées à la place où elles se trouvent, mais qu'elles ont fait partie de quelque gros filon situé au sommet de la montagne qui s'est écroulée par quelque bouleversement, & dont la lave, occasionnée par l'écroulement, les a disposées ainsi au hasard du haut en bas de la montagne.

Quelque vraisemblable que paroisse ce sentiment, il ne sauroit cependant avoir lieu, sur-tout si on fait attention à la configuration réguliere de ces sortes de veines, toujours plus épaisses dans leur milieu qu'à leurs extrêmités, qui finissent toutes à vive arête: d'ailleurs, si cela étoit, ces veines ou blocs de minéral se trouveroient plus ou moins nombreux

ſur toute la hauteur de la montagne qui les récele; ce qui n'eſt sûrement pas, ou du moins c'eſt ce que je n'ai jamais vu, ni dont il ſoit fait mention dans aucun Auteur; elles n'occcupent au contraire qu'une certaine hauteur ou eſpace, au deſſous ou au deſſus duquel il ne s'en trouve plus : d'ailleurs, ſi ces blocs de minéral avoient été détachés d'un filon qui auroit été briſé par un écroulement, on appercevroit les endroits de ſa fracture; ils ſe trouveroient en outre plus confondus, & n'obſerveroient aſſurément pas les régularités qu'on y remarque.

Pour peu qu'on ſoit convaincu d'une vérité qui eſt hors de doute, c'eſt-à-dire que toutes les Mines, ſans exception, ſe forment par ſucceſſion de tems dans le ſein de la terre, on n'a pas beſoin de recourir à des ſuppoſitions, pour deviner la cauſe de leur exiſtence.

A l'égard des petites veines ou rameaux qui ont donné lieu à cette diſgreſſion, j'ai tout lieu de préſumer qu'ils doivent leur formation aux exhalaiſons de quelque maître filon qui ſe trouve dans leur voiſinage, & je me confirme d'autant plus dans cette idée, que de trois endroits différens où j'ai vu ces ſortes de

veines, il n'y en a pas un où il n'y ait un très-gros filon de même espece, qui leur a donné lieu; le premier est au *Mas del Vicari*, près la Chartreuse de *Scaladei* en Catalogne. Ce sont des veines de mine de plomb, grises, noires & blanches, sans brillant, c'est-à-dire de la mine de plomb en chaux. Tous ces rameaux sont inclinés vers un très-gros filon de même minéral, qui se trouve vers le centre de la montagne, & dont ces rameaux se trouvent éloignés de plus de vingt toises.

Le second est à La Manera en Roussillon. Ici ces petites veines qui sont d'une mine de plomb à moitié bleinde couvrent en quelque sorte un très-gros filon de même nature, qui se trouve à environ quatre toises au dessous.

Enfin, le troisieme est à la montagne de Château-Lambert en Franche-Comté; ces rameaux y renferment d'excellentes mines de cuivre, que les Allemands appellent *Fal Hert*. J'ai eu tout le tems de les examiner avec attention, les ayant fait exploiter pendant plus de trois ans: à la fin, le roc devint si dur, & ces veines diminuerent au point que je fus obligé d'en faire cesser les travaux; elles se trouvent à plus de quatre-vingt toises

mé en *g* (*fig.* 1) on dit alors que le filon va par bouillons, & ce fait est très-fréquent. Lorsque deux filons se rencontrent sous des angles aigus, comme en *m*, ils se confondent pendant quelque tems, & prennent alors une direction moyenne, après quoi ils se séparent, & chacun prend sa premiere direction.

En général, les filons se trouvent toujours plus abondans en Minéral sur leurs croisées que par-tout ailleurs.

Il arrive quelquefois qu'un filon se partage en deux, & forme une fourche, comme on voit en *h*; pour lors, si le filon étoit couché, c'est-à-dire incliné à l'horison, & qu'une des branches prenne sa direction vers l'Est ou le Nord, elle devient verticale; que si au contraire le filon étoit vertical, les branches deviennent d'autant plus couchées, qu'elles s'écartent du Nord & de l'Est, ou du Sud & de l'Ouest. D'autres fois ces branches, après s'être séparées, se réjoignent à quelque distance de leur séparation, comme on voit en *n*. Enfin il y a de filons, comme *c*, (*fig.* 3, *planche II*) qui jettent de part & d'autre de petits rameaux de Minéral, qui s'étendent à peu de distance de la veine principale, & qui regnent

ordinairement

ordinairement sur toute la longueur. Agricola appelle ces sortes de filons *venæ ramosæ*.

Telles sont à-peu-près les principales vicissitudes qu'on remarque dans les filons en les considérant sur leur direction, c'est-à-dire sur leur longueur. Il nous reste présentement un mot à dire sur les variations auxquelles ils sont également exposés dans leur profondeur, ou à mesure qu'ils descendent vers le centre de la terre.

Quel que soit un filon, soit vertical, soit incliné, il n'observe jamais exactement sa pente naturelle; mais il s'infléchit toujours plus ou moins à droite & à gauche de cette pente, comme on voit en A & B (*fig.* 3.), ce qui n'empêche pas de dire que le filon A est vertical, & le filon B couché & incliné.

Il y a des filons qui descendent à de très-grandes profondeurs comme A & B, mais il en est d'autres qui sont très-superficiels & finissent à peu de distance de la surface du terrain; ceux-ci donnent ordinairement du minéral au jour; mais il est rare que dans un filon qui a de la profondeur & de la suite, on trouve de la mine près la surface de la terre; c'est toujours

à une certaine profondeur qu'elle commence à se manifester, à moins que quelques ravins ou éboulemens ne l'aient découverte.

C'est une erreur de croire que plus on descend à de grandes profondeurs, plus un filon est riche en minéral. Je ne dis pas que cela n'arrive quelquefois, surtout aux filons verticaux ; mais, pour l'ordinaire, le minéral y est dispersé d'une maniere très-variée, & je n'ai jamais vu de filon qui soit par-tout également riche ; je puis même assurer que j'en ai vu dont le minéral étoit bien plus abondant à deux ou trois cens pieds de profondeur, qu'à douze ou quinze cens pieds.

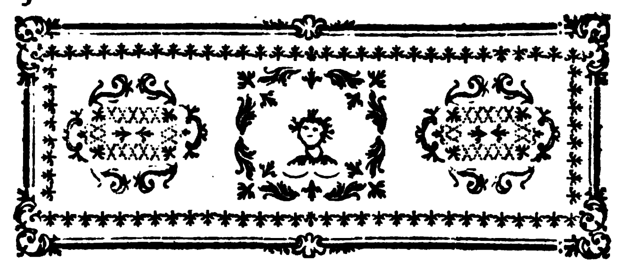
Si dans une montagne, ou tout autre terrain, il se trouve de roche sauvage & d'une épaisseur un peu considérable, telle que du grès, du granite ou autre pierre de cette nature, elle ne manque jamais de couper net un filon, soit qu'elle se trouve au dessus ou au dessous de cette couche ; & ce seroit en vain de le chercher au delà.

Mais si c'est une veine de quarts ou de spath, ou bien une espece de roche pourrie, que les Allemands appellent *Clouft*, il est rare de ne pas retrouver le

filon, après avoir été intercepté par ces ſortes de veines.

Un filon qui paroît d'abord perpendiculaire ſur une certaine hauteur, peut tout-à-coup ſe courber & prendre une pente inclinée; mais, pour l'ordinaire, ils ſe redreſſent à une certaine diſtance, comme on voit en D (*fig.* 3.). La même choſe arrive aux filons inclinés; on leur voit quelquefois ſuivre leur inclinaiſon juſqu'à une certaine profondeur, & prendre tout-à-coup une pente verticale, & reprendre enſuite leur premiere inclinaiſon, comme en E.

Un Géometre qui ignoreroit toutes ces viciſſitudes, ne manqueroit pas de ſe trouver en défaut dans bien de cas, & c'eſt ce qui nous a déterminé à en faire mention à la tête de cet Ouvrage. Au ſurplus, nous ſupplions nos Lecteurs inſtruits de nous paſſer quelques expreſſions triviales dont nous nous ſommes ſervis dans cet Ouvrage, qui a pour but principal celui d'inſtruire des maîtres mineurs, des ouvriers pour qui le langage des Géometres eſt ſouvent une énigme; d'ailleurs chaque art a ſes termes conſacrés qu'on ne peut rectifier, qu'au riſque de ne pas ſe faire entendre.



LA

GÉOMÉTRIE SOUTERRAINE.



SECONDE PARTIE.

CHAPITRE PREMIER.

De la construction & usage des instrumens propres aux opérations de la Géométrie Souterraine.

LES instrumens nécessaires à quelqu'un qui se destine au travail de la Géometrie Souterraine, ne sont point nombreux ; un Etui de Mathématiques complet, un demi-cercle bien gradué, une boussole

exacte, un recipiangle, un cordeau ou une chaîne ſur lequel les toiſes ſoient marquées, un pied de roi & quelques règles bien dreſſées en forment tout l'attirail. On peut, ſi l'on veut, y joindre un niveau, quoique le demi-cercle y ſupplée. Nous allons parcourir tous ces inſtrumens, chacun en particulier, en expliquant en même tems leur uſage & les différentes opérations auxquelles ils ſont propres.

De l'Étui de Mathématiques.

Cet Étui doit être garni d'un compas ſimple, d'un compas à trois pointes, d'un porte-crayon, d'un tire-ligne avec une aiguille à ponctuer, d'une règle, d'un compas de proportion, d'une équerre pliante avec un œil pour ſervir de niveau au beſoin, d'un plomb & de deux demi-cercles gradués, vulgairement appellés *rapporteurs*, & dont l'un doit être de métail, & l'autre de corne, pour qu'il ſoit tranſparent; ce dernier ſur-tout eſt d'une grande commodité pour porter ſur le papier les différens angles qu'on a pris en opérant, & qu'on a dû noter de la maniere que nous l'expliquerons dans ſon tems. Tous ces

outils, ſi on excepte le compas de proportion, ſont trop connus pour exiger de nous d'autre explication ; à l'égard du compas de proportion, ſon uſage dans la Géométrie Souterraine, eſt peu connu ; on peut d'ailleurs y ſuppléer par des échelles proportionnelles qu'on ſe forme à volonté, ce qui nous diſpenſera d'entrer dans aucun détail de ſes propriétés qui ſont nombreuſes. Ceux qui deſireront s'en inſtruire à fond, peuvent conſulter les différens Traités qu'on a compoſés ſur cet inſtrument, & ſur-tout celui du Sr. Bion, comme le plus à portée des commençans.

CHAPITRE II.

Du demi-Cercle.

LE demi-Cercle A B C (*fig.* 4. *pl. II.*) du moins celui dont on ſe ſert communément dans les mines d'Allemagne, eſt un inſtrument formé d'une plaque de cuivre fort mince, évuidée par le milieu, & ſur le limbe de laquelle on trace, entre deux demi-circonférences, cent quatre-vingt diviſions égales qu'on nomme degrés ; ces diviſions commencent au point B, c'eſt-

à-dire au milieu du limbe, & finissent en A & C de part & d'autre, par le nombre de quatre-vingt-dix ; pour tracer la demi-circonférence qui renferme les degrés, on commence par tirer une ligne A C qu'on divise par le milieu au point D, & c'est de ce point, comme centre, qu'on trace sur le limbe autant de demi-circonférences qu'il en est besoin pour marquer les degrés & les numéroter, & dont les numéros commencent par le milieu du limbe au point B, & finissent de part & d'autre par le n°. 90 : au point D, c'est-à-dire au centre du demi-cercle, la plaque est percée d'un petit trou, au travers duquel on passe un fil de soie, auquel est suspendu un petit plomb B, & le bord supérieur de la plaque est dressé parallelement à la ligne ou diametre A B C.

Au rebord supérieur du demi-cercle il y a sur les deux extrêmités, une agraffe ou crochet F *g* quelquefois soudé, mais plus souvent fait de la même plaque que le demi-cercle. Ces crochets servent à suspendre le demi-cercle à un cordeau, lorsqu'on veut niveler ou prendre un angle vertical quelconque.

On voit, par la construction de cet instrument, que lorsque son plomb marque

O ſur la diviſion des degrés, toute ligne qui paſſe par le diametre A C, ou qui eſt parallele à ce diametre, eſt une ligne de niveau ; & que toutes les fois qu'on incline plus ou moins le diametre de l'inſtrument, toute ligne qui eſt parallele au diametre, forme, avec la ligne horiſontale, un angle d'autant de degrés que le fil du plomb en marque ſur le limbe à droite ou à gauche de O ; ainſi lorſqu'il eſt queſtion de ſavoir la pente d'un terrain, on ne fait que tendre un cordeau le long de cette pente ; enſuite on ſuſpend l'inſtrument ſur ce cordeau au moyen de ſes crochets, & le fil du plomb marque ſur le limbe l'angle que cette pente fait avec la ligne horiſontale, & le nombre des degrès de cette pente.

Cet inſtrument, comme on voit, eſt très-commode & très-ſimple ; mais dès la premiere fois que je m'en ſervis, j'y remarquai un défaut très-eſſentiel ; c'eſt que pour peu que le cordeau ſe trouve d'une certaine longueur, le poids de l'inſtrument l'infléchit très-ſenſiblement, & par-là l'angle que le fil d'à plomb marque ſur le limbe, n'eſt jamais exact ; que ſi on fait cet inſtrument aſſez petit pour que ſon poids ne deviennent pas ſenſible ſur

le cordeau, pour lors les divisions des degrés sur le limbe ne sont plus assez sensibles pour pouvoir prendre un angle avec exactitude; d'ailleurs le moindre vent en rend l'usage impraticable.

Pour remédier à ces inconvéniens, j'ai fait construire un demi-cercle E F G (*fig.* 5. *pl. II.*) divisé comme le précédent, & auquel j'ai fait donner neuf pouces de diametre : au lieu de crochets pour le soutenir, j'ai fixé sur la branche H un genouil pliant K garni de sa douille O, semblable à ceux qu'on met aux planchettes & aux cercles d'arpenteur ou graphometres, & je le place de même sur un trépied R, vulgairement appellé *trécheur* : aux deux extrêmités de la branche E F, je place deux pinnules I L dont les fentes, perpendiculaires au plan du demi-cercle, répondent exactement à son centre, ensorte que la ligne de mire M N, passe toujours par ce centre dans quelque situation que soit le demi-cercle.

Au lieu de ne tracer sur le limbe que les deux cercles qui renferment les degrés, j'en fais tracer six autres avec des lignes transversales qui forment six divisions, dont chacune répond à dix minutes, de la même maniere qu'on le pratique sur

les quarts-de-cercles astronomiques ; au moyen de ces précautions on peut opérer avec d'autant plus de précision, qu'on a une ligne de mire qui ne peut varier, & qu'on ne se sert du cordeau que pour mesurer la longueur de cette ligne.

Cet instrument n'est point d'usage dans les souterrains, mais il est très-commode pour prendre la hauteur & la pente des montagnes, & lorsqu'il est bien fait, on peut s'en servir dans les nivellemens avec autant de précision qu'avec tout autre niveau. Toute la précaution qu'on doit avoir, c'est de placer toujours le point de mire à la même hauteur, au dessus de terre, que l'est le centre de l'instrument lorsqu'on prend les angles ; & que dans les nivellemens on doit toujours retrancher des hauteurs trouvées, celle du centre de l'instrument.

D'autres que moi avoient sans doute senti tous les défauts du demi-cercle simple, & pour y remédier ils ont imaginé un autre instrument *(fig. AB pl. I.)* dont j'ai vu faire usage dans quelques travaux des mines.

Cet instrument consiste en une règle de bois A B de trois-quarts de pouce en quarré, sur environ un pied de longueur,

montée ſur un pied de cuivre C D garni de ſa douille D, pour être placé ſur un trécheur. L'extrêmité A de la règle, forme vers le pied C une eſpece de charniere, au moyen de laquelle on peut élever ou abaiſſer à volonté l'extrêmité B. Le deſſus de la règle eſt garni de deux pinnules, & le deſſous porte deux petites plaques de cuivre G H, traverſées par une corde à boyeau K, qu'on tend à volonté au moyen d'une vis I, de la même maniere qu'on tend les cordes d'un violon.

Sur la corde K on ſuſpend le demi-cercle allemand garni de ſon plomb, & de cette maniere on prend aſſez commodément un angle vertical, lorſqu'il n'eſt pas fort élevé & qu'il ne fait pas de vent; mais lorſque l'angle eſt fort haut, le cercle eſt ſujet à gliſſer le long de la corde & à deſcendre contre la plaque G, ce qui peut en déranger la ſuſpenſion ; & le moindre vent qu'il faſſe, ce demi-cercle n'eſt point aſſez fixe pour opérer exactement.

Lorſqu'avec cet inſtrument on a pris l'angle vertical, on ôte le demi-cercle, & l'on ſuſpend à ſa place une bouſſole montée dans un ſuſpenſoire, afin de prendre la direction de la ligne viſuelle;

mais au moindre vent, cette opération est impraticable, sans cela cet instrument seroit fort commode.

CHAPITRE III.

De la Boussole.

LA Boussole est d'un très-grand usage dans la Géométrie Souterraine, quoiqu'elle soit quelquefois sujette à des erreurs auxquelles on s'attend le moins, parce que dans les travaux des mines, il peut y avoir des veines ferrugineuses qui agissent sensiblement sur l'aiguille aimantée, & peuvent rendre les opérations défectueuses; c'est pourquoi nous conseillons toujours de vérifier ce travail de la maniere que nous dirons ci-après, surtout lorsqu'il s'agit d'une opération essentielle, & dont les erreurs pourroient occasionner des dépenses en pure perte.

Cet instrument consiste en une petite planche ABCD (*fig.* 6 *pl. II.*) d'ébene, de noyer ou d'autre bois dur, d'environ cinq pouces en quarré plus ou moins, sur trois bons quarts de pouce d'épaisseur. Cette planche est creusée circulairement,

dans le milieu, d'un demi-pouce de profondeur, & forme une espece de boîte d'environ quatre pouces de diametre, qui est la longueur ordinaire qu'on donne aux aiguilles aimantées & destinées à ces sortes d'usages. On pratique au tour de cette boîte un rebord E F dans lequel on encastre une rondelle de laiton, sur laquelle on trace les divisions dont nous allons parler ; mais auparavant il est bon d'observer qu'on sera toujours bien de faire argenter ou blanchir cette virole, à moins de la faire d'argent, ce qui seroit beaucoup mieux; parce que dans les souterrains on est toujours obligé d'opérer à la lumiere, & que la couleur jaune du laiton ne permet que difficilement de bien distinguer les points des divisions qui sont beaucoup plus sensibles sur un métail blanc.

Sur l'un des côtés de la planche, comme B C, on place une espece d'alidade de laiton, garnie de ses pinnules G H, & mobile au point I où elle est fixée par une vis en bois ; de maniere qu'elle joint exactement le côté de la planche.

Au fond de la boîte on colle un papier de la grandeur du fond, & sur lequel on a tracé deux lignes ou diametres

qui ſe croiſent au centre à angles droits, & ſur les extrêmités de ces lignes, on écrit les quatre points cardinaux de l'horiſon, *Nord*, *Sud*, *Eſt* & *Oueſt*, comme on voit dans la figure. En collant ce papier, il faut avoir le plus grand ſoin que la ligne marquée Nord & Sud, ſoit parfaitement parallele au côté B C, & à la ligne de mire tracée ſur l'alidade GH, parce que c'eſt toujours à l'extrêmité nord de cette ligne prolongée, que commencent les diviſions qu'on trace ſur la rondelle ou plaque de métail E F, comme il ſuit.

Nous avons obſervé dans le Diſcours Prélimaire, que l'uſage des Mineurs eſt de diviſer l'horiſon en vingt-quatre parties, qu'ils appellent *heures*, & qui correſpondent à chaque point où ſe trouve le ſoleil pendant la révolution journalière de vingt-quatre heures; ainſi lorſqu'une ligne ou un filon de minéral ſe dirige du nord au ſud, ou du ſud au nord, ils diſent que cette ligne, ou ce filon, va par les douze heures: ſi cette ligne ſe dirige par le nord-eſt & ſud-oueſt, ils diſent qu'elle va par les neuf heures, & ainſi des autres, en ajoutant ou diminuant les quarts, les demi-quarts, *&c.* Maintenant il y a deux manieres de placer ces heures ſur l'inſ-

trument, ſuivant que la bouſſole eſt montée. Si on ſe ſert d'une bouſſole ordinaire qui n'a point d'alidade, on doit marquer les heures & les diviſions de gauche à droite, douze de chaque côté de la ligne nord & ſud, comme on marque celles d'un cadran d'horloge : en voici la raiſon, c'eſt que lorſqu'on prend un alignement avec ces ſortes de bouſſoles ſimples, on commence par placer à demeure la bouſſole, de maniere que l'aiguille ſoit fixe ſur le point du nord, ſans avoir égard à la déclinaiſon ; cela fait, on tend un cordeau ſur la ligne de direction qu'on cherche, & on fait paſſer ce cordeau au centre de la bouſſole ; c'eſt-à-dire ſur la chappe de l'aiguille, & la diviſion de l'heure que ce cordeau coupe ſur le cadran, donne l'heure de la direction. Juſques à ces derniers tems, on ne s'eſt pas ſervi d'autre bouſſole, & la plupart des Mineurs ſuivent encore cette méthode ; mais il eſt aiſé de s'appercevoir qu'en plaçant le cordeau ſur le milieu, on peut aiſément ſe tromper de pluſieurs minutes & même d'un degré, ſur-tout ſi on ne prend pas garde à l'effet de la lumiere qui vous fait toujours paroître le cordeau à côté de la diviſion qu'il coupe réelle-

ment ; il arrive de-là que lorsqu'on a à mesurer une distance un peu considérable, & qu'on a sur-tout un nombre d'angles à prendre, comme cela arrive presque toujours, ces erreurs multipliées peuvent vous jetter à une, deux & même trois toises à côté du véritable point que vous cherchez.

L'alidade qu'on a récemment imaginé d'adapter à cet instrument, en rend l'usage beaucoup plus sûr, mais alors il faut placer les heures en sens contraire, comme on voit dans la figure, & l'on fera très-bien encore de tracer sur la même plaque un cercle sur lequel soient marqués les degrés, en commençant par zero, au point du nord de l'instrument, & en les notant de part & d'autre jusques au nombre de 180, qui se trouve au point du Sud comme la figure le fait voir. La raison de toutes ces dispositions est celle-ci : supposons que je cherche la direction d'une ligne qui décline vers le nord-ouest de 35 degrés ; je fais porter le long de cette ligne une lumiere aussi loin que je puis l'appercevoir, puis ayant placé ma boussole telle qu'elle est dans la figure, je suis obligé dans ce cas, pour diriger l'alidade vers la lumiere, de tourner la boussole

bouſſole de droite à gauche, c'eſt-à-dire de B vers A; dès que j'apperçois diſtinctement la lumiere au travers des pinnules, je m'arrête-là, & j'attends que l'aiguille ſoit fixée. Or je ne puis pas tourner la bouſſole de 35 degrés de B vers A, ſans faire paſſer un pareil nombre de degrés dans le même ſens, devant la pointe de l'aiguille dont la direction eſt fixée; & par conſéquent la pointe de l'aiguille ſe trouvera alors ſur le point de dix heures vingt minutes, qui correſpondent au trente-cinquieme degré du cercle.

Que ſi la direction cherchée s'étoit trouvée à 35 degrés vers l'Eſt, pour lors il eſt viſible que pour appercevoir la lumiere au travers des pinnules de l'alidade, au lieu de tourner l'inſtrument de B vers A j'aurois été obligé de le tourner de A vers B, & pour lors j'aurois amené le point de deux heures vingt minutes ſous la pointe de l'aiguille.

Ainſi dans la premiere opération j'ai dû dire, la direction de cette ligne ou de ce filon va par les dix heures & vingt minutes, ou bien cette ligne décline de 35 degrés vers l'Oueſt; dans la ſeconde, je dirai, cette ligne va par les deux heures vingt minutes, ou bien cette ligne dé-

cline de 35 degrés vers l'Eſt. En un mot, par la diſpoſition de ces diviſions dans quelque opération qui ſe préſente, la ligne tracée ſur l'alidade eſt toujours placée ſur la direction qu'on cherche, & l'aiguille marque toujours ſur le cadran quelle eſt cette direction en heures & en degrés.

Il nous reſte un mot à dire ſur la maniere de ſuſpendre l'aiguille aimantée ; pour cet effet, on fixe au centre de la boîte un pivot de laiton, ſouvent on n'y fait pas tant de façon ; on fait ce pivot de fer ou d'acier, je n'approuve ni l'un ni l'autre de ces métaux, le laiton s'émouſſe facilement, il eſt d'ailleurs ſujet à jetter une craſſe à l'endroit où il frotte, qui nuit à l'agilité de l'aiguille. Les pivots d'acier ne manquent jamais de s'aimanter, ils forment alors un petit tourbillon magnelique dont la direction, contraire à celui de l'aiguille, ne peut qu'y apporter des dérangemens. Je voudrois qu'on fît ces pivots avec du métail de cloche, qu'on les fît ſolides, & que leur pointe ſe terminât par un angle d'environ 40 degrés, & qu'on en donnât 70 à l'ouverture de la chappe qu'il faudroit faire d'agate ou de quelqu'autre pierre dure. L'aiguille étant placée on couvre le tout avec un verre

bien transparent, tant pour empêcher les ordures d'y pénétrer, que pour mettre l'aiguille à l'abri du vent, lorsqu'on en fait usage.

On doit également placer au dessous de la boîte un genou pliant avec sa douille, pour recevoir la tige d'un tréncheur, toujours nécessaire pour opérer facilement.

Il arrive assez souvent dans les travaux souterrains, qu'on ne peut pas prendre les angles avec les instrumens dont nous venons de donner la description ; on est alors obligé de se servir d'un instrument assez grossier, mais qui suffit pour ces sortes d'opérations.

Cet instrument, auquel on donne le nom de fausse équerre, & plus souvent celui de récipiangle, consiste en deux regles de bois AB. CB (*fig. AD*, *pl. II.*) de 15 à 18 pouces de longueur, bien dressées & assemblées en B par une vis ou boulon D, qui traverse les regles, & qui sort de part & d'autre d'environ trois quarts de pouce.

Les deux extrêmités des règles A & C, sont garnies de deux pivots E F de la grosseur du boulon D, taillés sur leur longueur en demi-lune, & placés de

maniere que le côté plat affleure les bords intérieurs des règles.

Outre la fauſſe équerre ci-deſſus, on a un demi-cercle L, ordinairement fait d'un bois dur qu'on a ſoin de graduer exactement, & dont le demi-diametre eſt égal à la longueur des règles ci-deſſus. L'on pratique au centre de ce demi-cercle un trou G, capable de recevoir exactement le pivot D.

Par cette conſtruction il eſt aiſé de voir qu'en plaçant le pivot D dans le trou G, on voit ſur le limbe du demi-cercle le nombre de degrès que comprend l'angle formé par l'ouverture des règles AB. CB. Cela poſé, voici la maniere de ſe ſervir de cet inſtrument.

Suppoſons qu'on veuille prendre l'angle intérieur que forment deux murailles, ou les parois de quelque travail ſouterrain, on applique la tête B de la fauſſe équerre contre l'angle des murs, enſuite on paſſe un cordeau derriere le pivot D qu'on étend de part & d'autre le long des parois, puis ſans remuer la tête B, on ouvre les règles juſqu'à ce que les pivots E F raſent le cordeau, après quoi on porte cette ouverture ſur le demi-cercle & plaçant le pivot D dans le trou G; &

pour lors les bords intérieurs des règles marquent ſur le limbe, la valeur ou le nombre de degrès de l'angle qu'on a pris.

CHAPITRE IV.

Du Récipiangle ou Graphometre.

LE Récipiangle eſt un inſtrument qui, pour prendre les directions & les meſures des travaux ſouterrains, peut, à certains égards, ſuppléer à l'uſage de la bouſſole; on s'en ſert ſur-tout pour vérifier les opérations qu'on en a faites avec cette derniere, mais pour cet effet on doit avoir ſoin de marquer les ſtations qu'on a faites avec la bouſſole, afin de placer le récipiangle aux mêmes endroits.

Cet inſtrument conſiſte en un demi-cercle ABC (*fig.* 7, *pl. III.*) gradué de la même maniere que celle-ci, qui ſert à niveler & à prendre les hauteurs, & dont nous avons donné ci-deſſus la deſcription. Le demi-cercle eſt garni de deux pinnules AB perpendiculaires ſur ſon plan, & porte en outre une alidade DE, mobile ſur ſon centre, & munie également de deux pinnules ED. Ces pinnules ſont échan-

crées ſur la moitié de leur hauteur, comme la figure les repréſente ; afin que lorſque les angles qu'on prétend ſe trouvent très-petits comme de deux à trois degrés, ou très-grands comme de 178 ou 179 degrés, on puiſſe voir les objets au travers des fentes des deux pinnules qui ſe rencontrent. La branche F eſt garnie par deſſous, d'un genou pliant avec ſa douille pour placer cet inſtrument ſur ſon pied lorſqu'on s'en ſert.

Maintenant pour faire uſage de cet inſtrument, ſuppoſons qu'il ſoit queſtion de meſurer les contours & la longueur d'une galerie ſouterraine ABCD (*fig.* 8, *pl. III.*) il faut commencer par prendre la direction de la premiere ſtation, c'eſt-à-dire de la ligne AB, ce qui ne peut ſe faire qu'en prenant une méridienne EF, ſoit avec la bouſſole, ſoit d'une autre maniere, comme nous l'enſeignerons dans la ſuite. Cela fait, on place au point A l'inſtrument, de maniere que la méridienne paſſe par les pinnules AB, ce qu'on peut reconnoître, ſoit en appliquant la vue à l'une des pinnules, ſoit en tendant un fil *a* ſur la méridienne qui raſe l'échancrure des deux pinnules ; faites enſuite porter une lumiere en B, & dirigez

l'alidade jusqu'à ce que vous apperceviez cette lumiere au travers des deux pinnules DE ; cela fait examinez si les deux pinnules A & B ne se sont point dérangées de dessus la méridienne EF, car c'est en quoi consiste l'exactitude de cette premiere opération, & à laquelle on ne sauroit apporter trop d'attention, parce que toutes les opérations suivantes en dépendent. Tout étant exact, & sans toucher l'instrument, voyez le nombre de degrés que l'index E marque sur le demi-cercle, ce sera la valeur de l'angle EAB ou la déclinaison de cette partie de la galerie comprise entre A & B : supposons que l'index E se trouve sur le 67e. degré, on peut dire alors que la portion de la galerie AB décline vers l'Est de 67 degrés, ou qu'elle va par les quatre heures vingt-huit minutes, à raison de quinze degrés par heure, & de quatre minutes par degré. Il faut ensuite mesurer la longueur de la ligne ou de la distance AB, & noter le tout sur un papier ; cela fait, on place une lumiere ou un autre signal au point A, précisément à l'endroit où étoit le centre de l'instrument, & pour cet effet, la vis qui maintient l'alidade au centre du demi-cercle, porte un petit

crochet à ſon extrêmité au deſſus de l'inſtrument ; avant que de le déplacer on ſuſpend au petit crochet un fil qui porte un petit plomb (*fig.* 9.) & qu'on fait gliſſer ſur le crochet juſqu'à ce que le plomb touche à terre ; on place la pointe d'un clou, ou autre choſe, au point où le plomb touche, après quoi on ôte l'inſtrument & on le porte au point B où l'on a dû avoir la précaution de marquer, avec un plomb ſemblable, le point d'aplomb de la lumiere qui a ſervi de ſignal & qu'on doit tranſporter en C.

L'inſtrument étant porté en B, on le place de maniere que ſon centre réponde au même point où étoit la lumiere, ce qu'on reconnoîtra en ſuſpendant le plomb au crochet de la vis, & on le dirige de façon qu'on apperçoive le ſignal C par les pinnules A B, après quoi on dirige l'alidade DE vers le ſignal A, juſqu'à ce qu'on les voie au travers des pinnules DE, & l'on voit quel nombre de degrés l'index E marque ſur le demi-cercle, qui ſera la valeur de l'angle B, ce qu'on note ſur le papier ; on meſure enſuite le côté BC qu'on note également ; après quoi, ſans avoir égard à aucune déclinaiſon, on tranſporte l'inſtrument en C, & l'on

porte le ſignal C en *d* & le ſignal A en B, en obſervant toujours d'avoir la plus grande attention que le ſignal A, qu'on tranſporte en B, ſoit ſur le même point où étoit le centre de l'inſtrument, & que le centre de celui-ci ſoit ſur le même point où étoit le ſignal C, ce qu'on reconnoîtra en prenant des aplombs à chaque opération, comme nous l'avons expliqué ci-deſſus.

On prend enſuite l'angle C de la même maniere qu'on a pris l'angle B, on note également ſa valeur, ainſi que la meſure de la diſtance CD, après quoi on va faire la même opération en D, puis en G, & ainſi de ſuite.

Nous obſervons ici pour ceux qui commencent, que dans ces opérations on doit toujours tourner le limbe ACB du demi-cercle du côté de l'ouverture des angles qu'on prend; par exemple, en prenant l'angle B, l'inſtrument a dû être tourné de façon que pour obſerver le ſignal C, l'œil a dû être appliqué à la pinnule A, au lieu qu'en obſervant l'angle C, l'inſtrument a dû être tourné de l'autre ſens, & l'œil pour obſerver le ſignal D, doit être appliqué à la pinnule B; à l'égard de l'alidade, c'eſt toujours à la pinnule D oppoſée à

celle de l'index, que l'œil de l'obſervateur doit être placé. Une autre obſervation que je ne dois pas omettre, c'eſt que lorſqu'on a pluſieurs angles de ſuite, & que les uns vont à droite & les autres à gauche, & qu'on en a quelquefois deux ou trois de ſuite dans le même ſens, ſurtout dans des anciens travaux, on oublieroit facilement de quels côtés vont ces angles, ce qui jetteroit dans de grandes erreurs, ſi on n'avoit ſoin de le noter à chaque ſtation.

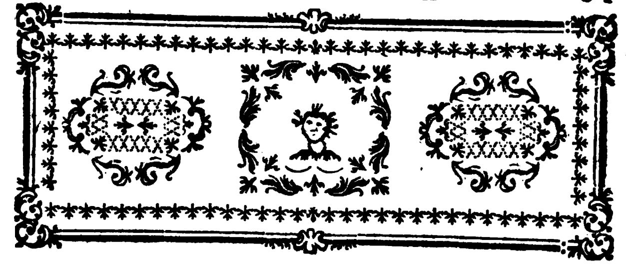
Il y a des Géometres qui ſe contentent de faire ces notes par écrit ſur le papier, ainſi qu'il ſuit : Premiere ſtation, angle à droite 130 degrés, cotés 25 toiſes, *&c.* ſeconde ſtation, angle à gauche 110 degrés, coté 30 toiſes, *&c.* Mais lorſqu'on a un grand nombre de ſtations, cela peut embrouiller un commençant ; au lieu de cela, je conſeille de ſe ſervir de la méthode ſuivante, dont je me ſuis toujours très-bien trouvé.

Avant que de commencer mon travail, je trace ſur un quarré de papier, pluſieurs lignes droites, paralleles à un bon pouce de diſtance les unes des autres ; je les diviſe en parties à-peu-près égales par de petites lignes qui les croiſent à-peu-

près à angles droits ; au fomme de ces petites lignes, je les numérote comme on voit (*figure* 10, *pl. III.*) ce qui me donne les numéros de chaqué ftation que je prévois avoir à faire, & je confidere toujours la premiere ligne AB comme une méridienne conftante, enfuite ayant à mefurer la longueur de la galerie ABCD (*fig.* 8.) & ayant trouvé à ma premiere ftation que l'angle EAB eft de 67 degrés, & la diftance ou côté AB de dix-huit toifes 5 pieds quatre pouces ; & confidérant que cet angle eft à ma gauche, je le note comme on voit à la figure 10, enfuite prenant l'angle B, je le trouve par exemple de 116 degrés à ma droite ; je le marque fur la droite de la feconde ftation de ma ligne, & ayant trouvé la longueur du côté BC de quatorze toifes 2 pieds, je les note du même côté ; puis prenant l'angle C à ma gauche & le trouvant de 132 degrés, je le note à gauche à l'extrêmité d'un petit trait, & trouvant le côté CD de feize toifes 2 pieds 10 pouces, je les note du même côté fur la ligne ; prenant enfuite l'angle D que je trouve à ma droite de 125 degrés & le côté DG de douze toifes 2 pieds, je note l'un & l'autre nombre du même

côté comme la figure le fait voir; de cette maniere on voit toujours devant ſoi les différens contours de ſon travail, & l'on ne riſque jamais de ſe tromper; d'un autre côté lorſqu'il eſt queſtion de rédiger le plan d'un pareil ouvrage, comme nous l'expliquerons dans la ſuite, on l'a preſque tout tracé devant ſoi.

Outre les inſtrumens dont nous venons de donner la deſcription, un Géometre praticien doit avoir une règle diviſée en un nombre de parties égales, pour lui ſervir d'échelle lorſqu'il dreſſe ſes plans; je me ſers d'une règle pliante de cuivre, pour la commodité du tranſport, ſes parties aliquotes ſont diviſées en pouces & lignes, auxquelles je donne la valeur fictice que je veux ſuivant l'étendue des ouvrages. Il convient encore d'être muni d'un compas à quatre pointes pour la réduction des plans : nous ne dirons rien du niveau d'eau, cet inſtrument eſt trop connu pour en faire ici la deſcription; d'ailleurs le demi-cercle dont nous avons parlé dans ce Chapitre, peut très-bien y ſuppléer lorſque le tems eſt à-peu-près calme.



LA GÉOMÉTRIE SOUTERRAINE.

TROISIEME PARTIE.

CHAPITRE PREMIER.

Des principes de Géométrie Linéaire, nécessaires à l'intelligence de la Géométrie Souterraine.

DÉFINITIONS.

Le point est un endroit d'une surface ou d'une grandeur quelconque, considéré comme n'ayant aucunes parties; lorsqu'avec une aiguille ou ma plume j'appuie sur le papier, je

forme un point qui détermine l'endroit que j'ai piqué, sans avoir égard aux parties que j'ai divisées par cette piqûre, le point est toujours l'endroit par où commence & finit une mesure linéaire quelconque.

La ligne est une grandeur quelconque, considérée comme n'ayant aucune largeur, ni profondeur; la ligne, à proprement parler, n'est autre chose que le chemin que décriroit un point en se mouvant le long d'une surface quelconque, comme de A vers B (*fig.* 2, *pl. III.*); si par exemple, en marquant avec la pointe d'une aiguille le point A, je fais glisser l'aiguille de A en B, le mouvement de ce point décrira la ligne A B.

Nous ne connoissons en Géométrie que deux sortes de lignes, la ligne droite & la ligne courbe. La ligne droite est celle que décrit un point qui se meut sur une même direction, sans se détourner ni à droite ni à gauche, comme de A en B (*fig.* 2.); la ligne courbe est celle que ce même point décriroit en se détournant continuellement de sa direction primitive, comme de A vers C.

Si un point quelconque A (*fig.* 12.) se meut autour d'un autre point B, & qu'en

ſe mouvant il conſerve toujours une diſtance égale de ce dernier point, il décrira une ligne courbe ACDEA rentrante ſur elle-même, & à laquelle on a donné le nom de circonférence de cercle, ou ſimplement de cercle. Il y a pluſieurs autres eſpeces de lignes-courbes auxquelles les Géometres ont donné différens noms, mais qui ne ſont d'aucun uſage dans la Géométrie Souterraine. Nous n'en dirons pas de même du cercle; la plus grande partie des opérations de cette Géométrie, dépendent des propriétés de cette courbe.

Le point B, autour duquel le centre eſt décrit, s'appelle le centre de ce cercle.

Toute ligne droite qui paſſe par le centre B & ſe termine à la circonférence de part & d'autre, comme EC, AD, eſt appellée le diametre du cercle.

Le cercle eſt toujours cenſé diviſé en trois cens ſoixante parties égales, qu'on nomme degrés; chaque degré eſt cenſé diviſé en ſoixante parties égales, qu'on nomme minutes; chaque minute en ſoixante parties, qu'on nomme ſecondes, les ſecondes en tierces, les tierces en quartes, *&c.* mais la Géométrie Souterraine

ne s'étend point jusqu'à ces derniers degrés de précision.

Lorsque deux diametres, comme A D, E C, partagent le cercle en quatre parties égales, les quatre parties du cercle comprises entre ces lignes, s'appellent quarts de cercle, & contiennent chacune quatre-vingt-dix degrés, parce que 90 est le quart de 360.

On appelle lignes paralleles deux lignes qui sont à égale distance dans toute leur longueur, les lignes A B, C D & E F, G H (*fig.* 13.) sont de lignes paralleles.

La ligne perpendiculaire est une ligne qui tombe d'à plomb sur un autre, & qui ne penche pas plus d'un côté que d'autre; la ligne A B (*fig.* 12.) est une ligne perpendiculaire sur la ligne E C, & la ligne B C est également une perpendiculaire sur la ligne A D.

Lorsque deux lignes se rencontrent en un point comme F B, C B (*fig.* 12.) l'espace ou l'ouverture F B C qu'elles renferment entr'elles, sans avoir égard à la longueur de ces lignes, s'appelle un angle; les lignes B F B C sont appellées les côtés de l'angle F B C, & l'arc du cercle F C, compris entre les deux côtés ou le nombre

nombre de degrés que cet arc renferme, eſt la meſure de l'angle ; ainſi on dit toujours un angle de tant de degrés, comme de 10, de 20, de 30 degrés, *&c.*

Il y a trois ſortes d'angles ; ſavoir, l'angle droit, l'angle aigu & l'angle obtus. L'angle droit eſt invariable, il contient toujours le quart du cercle ou 90 degrés, & ſes côtés ſont toujours perpendiculaires l'un à l'autre ; c'eſt pourquoi on peut encore définir une ligne perpendiculaire celle qui fait ſur une autre ligne deux angles droits.

L'angle aigu eſt celui dont les côtés renferment un arc au deſſous de 90 degrés, ou qui eſt moindre que l'angle droit ; ainſi l'angle FBC eſt un angle aigu, parce qu'il eſt moindre que l'angle droit A B.

L'angle obtus eſt celui qui eſt plus grand que l'angle droit, ou dont les côtés renferment au delà de 90 degrès ; ainſi l'angle E B F eſt un angle obtus.

Toute ligne comme F B qui en rencontre une autre comme E C, forme ſur cette derniere deux angles qui en valent toujours deux droits, c'eſt-à-dire 180 degrés ou la demi-circonférence. Ces deux angles ſont le ſupplément l'un de

l'autre ; l'angle FBE eſt le ſupplément de l'angle FBC, & réciproquement l'angle FBC eſt le ſupplément de l'angle FBE, parce qu'on appelle ſupplément d'un angle la quantité de degrés qui lui manquent pour completer 180 ou la demi-circonférence.

On appelle complément d'un angle le nombre de degrés qui lui manquent pour faire quatre-vingt-dix (90) ou pour être égal à un angle droit, ainſi l'angle FBA eſt le complément de l'angle FBC, & réciproquement l'angle FBC eſt le complément de l'angle FBA.

Une ligne perpendiculaire, tirée de l'une des extrêmités, de l'arc FC ſur le côté qui paſſe par l'autre extrêmité de cet art, comme FG, eſt appellée le ſinus droit ou ſimplément le ſinus de l'angle FBC, & de l'angle de ſupplément FBE, parce que le ſinus d'un angle aigu, comme FBC eſt toujours en même tems le ſinus de l'angle obtus FBE qui eſt ſon angle de ſupplément.

La ligne GC eſt appellée le ſinus verſe de l'angle FBC, & la ligne GE eſt appellée le ſinus verſe de l'angle FBE.

Le co-ſinus d'un angle eſt toujours le ſinns droit de l'angle de ſon complément,

ainſi la perpendiculaire F H abaiſſée du point F ſur le côté A B, eſt en même tems le ſinus de l'angle F B A & le co-ſinus de l'angle F B C, & réciproquement le ſinus F G de l'angle F B C, eſt en même tems le co-ſinus de l'angle F B A.

On appelle la tangente d'un angle quelconque F B C ou plutôt de l'arc F C, qui le ſoutient, une ligne perpendiculaire à l'un des côtés de l'angle, tirés de l'extrêmité de l'arc qui lui répond, comme C I, & qui ſe termine à la rencontre de l'autre côté de l'angle prolongé juſqu'en I, & alors la ligne B I eſt appellée la ſécante du même arc ou du même angle.

La tangente & la ſécante de l'arc de complément F A ou de l'angle F B A, ſe nomment la co-tangente & la co-ſécante de l'angle F B C, & réciproquement la tangente & la ſécante de ce dernier angle ſont la co-tangente & la co-ſécante de ſon angle de complément F B A.

Le ſinus de l'angle droit A B C eſt toujours appellé le ſinus total, & eſt toujours égal au demi-diametre du cercle ſur lequel il eſt appuyé, comme en A B ou C B; lorſqu'on dit le ſinus total, on ſous-entend toujours que c'eſt le demi-

diametre, du cercle ou, ce qui eſt le même, le ſinus de l'angle droit.

Pour faciliter la ſolution de nombre de problêmes dont nous parlerons dans la ſuite, on a ſuppoſé le ſinus total, diviſé en dix millions de parties égales, dont les ſinus, les tangentes & ſécantes de chaque angle qu'on peut former dans un quart de cercle, en contiennent un nombre proportionnel à leur grandeur ; par exemple, le ſinus d'un angle de 20 degrés, contient 3420202 de parties égales à celles dont le ſinus total en contient 10000000, & en rétranchant les deux derniers chiffres, on peut dire que le ſinus de 20 degrés eſt au ſinus total, comme 34202 eſt à 100000, & ainſi des autres dont on a dreſſé des tables connues ſous le nom de tables des ſinus, dont nous expliquerons l'uſage dans la ſuite, pour la réſolution des triangles.

Le triangle eſt une figure terminée par trois lignes droites, ou qui renferme trois angles formés par les extrêmités de trois lignes qui ſe rencontrent au ſommet de chaque angle, & qu'on nomme les côtés du triangle.

Lorſque ces côtés ſont égaux, on appelle le triangle équilatéral ou équiangle,

comme A *(fig. 14.)*; s'il n'y a que deux côtés d'égaux, le triangle est nommé triangle isocele, comme B *(fig. 15.)*; & enfin si les trois côtés sont inégaux, on dit que le triangle est scalene, comme C *(fig. 16.)*

Tout triangle qui renferme un angle droit, est appellé triangle rectangle, & on nomme triangles obliques tous ceux qui ne renferment pas un angle droit.

On distingue encore les triangles en triangles rectilignes, & en triangles sphériques; les triangles rectilignes sont ceux qui sont formés par de lignes droites; & les triangles sphériques sont ceux dont les côtés sont de portions de cercle. Nous ne parlerons pas de ces derniers dans cet ouvrage, parce qu'ils n'y sont d'aucune utilité.

Dans les triangles rectangles, le côté qui est opposé à l'angle droit, s'appelle hypoténuse.

Dans tout triangle rectiligne, les trois angles pris ensemble, sont égaux à deux droits; c'est-à-dire que la somme des arcs qui mesurent les trois angles, est égale à 180 degrés.

Nous avons apporté toute l'attention possible pour rendre claires & intelligi-

bles les définitions précédentes, parce qu'il eſt important pour les commençans de ſe les rendre familieres avant que de paſſer à la ſolution des problêmes énoncés dans cet Ouvrage. Nous avertirons encore ici, que nous avons crû pouvoir nous diſpenſer de démontrer les ſolutions de ces mêmes problêmes, parce que ces démonſtrations ſe trouvent dans tous les ouvrages de Géométrie-pratique, qui ſont répandus dans le Public.

PROBLEME I.

Tracer une ligne parallele à une ligne donnée.

SOLUTION.

Nota. Il ne s'agit dans ces cinq premiers problêmes que de les réſoudre ſur le papier, afin de donner aux commençans une notion de pareilles opérations, qu'il s'agira dans la ſuite d'exécuter ſur le terrain.

Soit AB (*fig.* 17, *pl. III.*) la ligne donnée, à laquelle il s'agit de tracer une ligne parallele à une diſtance quelconque, exprimée par AC: pour cet effet, ouvrez votre compas de la grandeur AC & d'un

point C pris à volonté ſur la ligne A B ; décrivez l'arc DE, puis ſur un autre point quelconque F de la même ligne AB & de la même ouverture de compas, décrivez un autre arc GH ſemblable au premier, puis avec une règle tirez une ligne IK qui touche le ſommet des deux arcs ; ce ſera la parallele propoſée, parce que le ſommet des deux arcs par où cette ligne paſſe, ſont à égale diſtance de la ligne A B, puiſqu'ils ſont faits avec la même ouverture de compas ; & par conſéquent la ligne droite IK aura toute ſa longueur à égale diſtance de la ligne AB, & lui ſera conſéquemment parallele.

PROBLEME. II.

Sur un point quelconque A (fig. 18.) *de la ligne donnée* BC, *élever une ligne perpendiculaire à la ligne donnée.*

SOLUTION.

Sur le point donné A, prenez avec le compas de part & d'autre deux points DE à égale diſtance du point A, & en ouvrant le compas de la diſtance DE, plus ou moins, du point D comme centre,

décrivez l'arc EG enſuite du point E, & avec la même ouverture de compas, décrivez l'arc HI qui croiſe l'arc FG au point L ; tirez enſuite la ligne LA, ce ſera la perpendiculaire réquiſe, car le point L, eſt à égale diſtance des points E & D, qui ſont eux-mêmes à égale diſtance de A, donc la ligne AL ne penche pas plus d'un côté que de l'autre de la ligne BC, donc elle lui eſt perpendiculaire.

PROBLEME III.

D'un point donné A (fig. 19.) *abaiſſer une perpendiculaire* AF *ſur la ligne donnée.* BC.

SOLUTION.

Du point A, tracez l'arc de cercle DE qui coupe la ligne BC aux deux points DE; diviſez l'eſpace DE en deux parties égales ; au point F tirez la ligne AF qui ſera la perpendiculaire réquiſe, ce qui eſt évident, car le point A eſt à égale diſtance des points DE, ainſi que le point F donne la ligne FA ne penche pas plus d'un côté que de l'autre : donc elle eſt perpendiculaire.

PROBLEME IV.

Du point A *sur la ligne* BC (fig. 20.) *élever une ligne* AB *qui fasse, avec la ligne* BC, *un angle donné quelconque.*

SOLUTION.

Supposons que l'angle donné soit le 29 degrés du point A comme centre; décrivez le quart de cercle GF, que vous diviserez en 90 degrés ou parties égales; prenez-en 29 de G en D; tirez la ligne AD qui sera la ligne proposée; ou bien, pour avoir plutôt fait, tracez l'arc GE qui ait le point A pour centre, & qui soit précisément de la grandeur de votre arc de cercle rapporteur; prenez sur le rapporteur 29 degrés; portez-les sur votre arc de G en D; tirez la ligne AD qui sera également la ligne requise.

PROBLEME V.

D'un point quelconque donné A, (fig. 21.) *tirer une ligne* AG *qui fasse, avec la ligne donnée* BC, *un angle donné* AGD, *que nous supposons de 40 degrés.*

SOLUTION.

Du point A, abaissez la perpendiculaire AD par le Problême III. Cette perpendiculaire sera un angle droit avec la ligne D B, c'est-à-dire de 90 degrés. Maintenant étant prévenu d'un côté que l'angle AGD, qu'on demande, doit être de 40 degrés, & que d'un autre côté on sait que dans tout triangle rectiligne les trois angles en valent deux droits, c'est-à-dire 180 degrés, sur lequel on a d'abord l'angle droit D de 90, & comme l'angle G en doit avoir 40, il ne s'agit plus que de savoir combien de degrés doit avoir l'angle A, pour que l'angle G ait cette valeur : or ces deux angles en valent un droit ou 90 degrés ; si on ôte les 40 degrés exigés pour l'angle G, il en restera 50 pour l'angle A ; pour avoir cet angle, ainsi que la ligne AG proposée, du point A & de la distance ou demi-diametre AD, tracez la portion de cercle ou l'arc DE, sur lequel vous prendrez par le probléme précédent 50 degrés de D en F, ensuite du point A ; & par le point F, tirez la ligne AFG qui fera, comme il est évident sur la ligne BC, un

angle en G de 40 degrés. C. Q. F. F.

CHAPITRE II.

Des Règles principales concernant la résolution des triangles rectilignes.

TOUT triangle est composé de six parties ; savoir, de trois angles & de trois côtés ; résoudre un triangle, c'est chercher la valeur de ces mêmes parties, c'est-à-dire la valeur de ses angles & de ses côtés : on a donné le nom de *Trigonométrie* à la partie de la Géométrie qui enseigne la pratique de ces opérations. Dans les triangles rectilignes on mesure les angles par leur sinus, & par leurs côtés, par des mesures connues, & ce n'est que par la connoissance de quelques-unes de ces parties qu'on parvient à la connoissance des autres. Dans tout triangle rectiligne, par exemple, lorsqu'on connoît deux angles & un côté ou deux côtés, & un angle, on peut connoître les deux autres côtés & l'autre angle, ou les deux autres angles, & l'autre côté ; de même connoissant les trois côtés, on peut connoître les trois angles ; mais connoissant les trois

angles on ne sauroit déterminer la valeur des trois côtés, parce que deux triangles semblables peuvent être beaucoup plus grands l'un que l'autre, quoiqu'ayant les mêmes angles. Le triangle A, par exemple, (*fig.* 22, *pl. IV.*) est plus grand que le triangle B quoique leurs angles soient égaux; ainsi la connoissance des trois angles d'un triangle, peut bien nous donner le rapport que les côtés ont entr'eux, mais elle ne sauroit nous donner la mesure déterminée de ces côtés.

Nous allons rendre compte de toutes ces opérations dans les Problêmes suivans, avec toute la précision & la clarté qu'il nous sera possible; bien entendu que nous supposons que tous ceux qui cherchent à s'instruire dans ces sortes de matieres, sont instruits ou doivent l'être des premieres règles de l'Arithmétique, telles que l'addition, la soustraction, la multiplication & la division, & sur-tout de la règle de proportion, vulgairement appellée la *règle de trois*, qui forme, en quelque sorte, la base de la trigonométrie ou de la science des triangles.

Nous avons dit ci-devant que les angles se mesurent par leur sinus, & nous avons observé, en expliquant ce que c'est que

le ſinus d'un angle, qu'on avoit diviſé le ſinus total, qui eſt le plus grand de tous, en dix millions de parties égales, & qu'on avoit dreſſé des tables qui expriment le nombre de ces mêmes parties; que les ſinus tangentes & ſécantes de chaque angle en renferment, à commencer depuis l'angle d'une minute de degré juſqu'à l'angle de 90 degrés, qui eſt l'angle droit, & dont le ſinus eſt le ſinus total; & cela afin d'éviter le nombre d'opérations qu'il faudroit faire pour trouver le rapport du ſinus d'un angle à celui d'un autre plus grand ou plus petit; c'eſt pourquoi il eſt indiſpenſable pour quelqu'un qui ſe deſtine au travail de la trigonométrie-pratique, d'être pourvu de ces tables qui ſe trouvent dans un grand nombre de Livres répandus dans le Public. Celles que nous eſtimons les plus courtes, & dont le détail des opérations nous a paru le plus ſimple & le plus à portée des commençans, ſont la derniere édition de celles d'*Ulacq*, *in*-8°., édition de Francfort en 1748. Il eſt vrai que l'édition eſt en latin, mais l'explication que nous allons donner de ces mêmes opérations, y ſuppléera parfaitement pour ceux qui n'entendent pas cette langue.

Nous ajouterons aux obſervations précédentes, que quoique les tables des ſinus nous épargnent beaucoup de travail pour avoir leur rapport entr'eux, elles ne nous diſpenſent pas de pluſieurs opérations longues & ennuyeuſes, lorſqu'il s'agit de la réſolution d'un triangle quelconque ; par exemple, dans le triangle A B C (*fig.* 23.) connoiſſant l'angle A de 105 degrés, l'angle B de 43, & le côté A B de 22 toiſes ; on demande, 1°. la valeur de l'angle C ; 2°. la valeur de la baſe B C ; 3°. celle du côté A C.

Pour réſoudre cette queſtion ſuivant les règles, je commence à chercher la valeur de l'angle C, ce qui, dans ce cas, eſt bientôt fait ; car ſachant que les trois angles A B C en valent deux droits, c'eſt-à-dire 180 degrés ; j'ajoute la valeur des angles A & B 105 & 43, & j'ôte la ſomme 148 de 180, le reſtant, 32 degrés, ſera la valeur de l'angle C.

Maintenant, pour avoir la valeur de la baſe BC, je dis, comme le ſinus de l'angle C, 32 degrés que je cherche dans les tables, & qui eſt de 52991.93, eſt au côté A B 22 toiſes ; ainſi le ſinus de l'angle A, 105 degrés 96592.68 à un quatrieme terme qui ſera le côté de la baſe

BC, qui ſera de 62 toiſes, où l'on voit, que pour parvenir à la connoiſſance de ce dernier terme, j'ai dû faire la règle de proportion en multipliant les deux termes moyens l'un par l'autre; ſavoir, le ſinus de l'angle A 96592.58 par 22 toiſes du côté AB, & diviſer le produit par le premier terme 52991.93 ſinus de l'angle C, dont le quotient eſt la valeur de la baſe BC. Il me faudroit faire une pareille opération pour avoir le côté AC, en diſant, comme le ſinus de l'angle A à ſa baſe BC, ainſi le ſinus de l'angle B au côté AC, ce qui comme on voit engage dans des opérations de multiplications & de diviſions; qui, outre la longueur du tems qu'elles exigent, expoſent fort ſouvent à des erreurs toujours préjudiciables.

Pour éviter tous ces inconvéniens, le célebre Neper, Gentilhomme Écoſſois, a imaginé une autre table, connue ſous le nom de *Table de Logarithmes*, qui, outre pluſieurs autres utilités, renferme le précieux avantage de pouvoir par ſon moyen faire, par la ſimple addition & ſouſtraction, toutes les multiplications, diviſions & règles de proportion poſſibles.

Il ſeroit trop long de rendre compte

ici des principes sur lesquels cette excellente table est fondée, ainsi que du long & pénible travail qu'elle exige pour sa construction; nous nous contenterons d'en expliquer l'usage, ce qui suffira pour résoudre tous les problêmes qui se présenteront dans cet ouvrage.

La table des Logarithmes est composée de deux colomnes, comme on voit dans l'exemple qui suit: la premiere, marque la suite des nombres naturels, depuis l'unité jusqu'à 10000; la seconde est composée de nombres artificiels, qui sont les Logarithmes des nombres naturels qui leur correspondent. On pourroit prolonger cette table jusqu'à tel nombre qu'on jugeroit à propos, mais dans la plupart des tables qui sont imprimées, elle ne va que depuis l'unité jusqu'à dix mille.



Figure de la Table des Logarithmes, depuis l'unité jusqu'à 10.

N ou nombres.	Logarithmes.
1	0 . 0000000
2	0 . 3010300
3	0 . 4771212
4	0 . 6020600
5	0 . 6989700
6	0 . 7781512
7	0 . 8450980
8	0 . 9030900
9	0 . 9542424
10	1 . 0000000

Usage de la table des Logarithmes.

POUR LA MULTIPLICATION.

Pour multiplier un nombre quelconque par un autre, par exemple 2 par 4, ajoutez ensemble les Logarithmes des nombres proposés comme ici de deux &

de quatre ; en cette maniere la ſomme ſera le logarithme du produit :

EXEMPLE.

Log.	2	0.3010300
Log.	4	0.6020600
Log.	8	0.9030900

POUR LA DIVISION.

Pour diviſer un nombre quelconque par un autre, par exemple 6 par 3, ſouſtrayez le logarithme du diviſeur du logarithme du dividende ; le reſte ſera le logarithme du quotient, comme on voit dans cet exemple.

Log. divid.	. 6	0.7781512
Log. diviſ.	. 3	0.4771212
Log. quot.	. 2	3010300

Pour extraire la racine quarrée d'un nombre quelconque, prenez la moitié du logarithme du nombre propoſé, qui ſera le logarithme de ſa racine quarrée ; & pour en extraire la racine cubique, prenez le tiers de ſon logarithme, qui ſera le logarithme de cette racine.

POUR LA REGLE DE PROPORTION.

Cette règle consiste à trouver une quatrieme proportionnelle à trois quantités données ; supposons que les trois quantités données soient 3 : 6 : : 4. Il s'agit de trouver un quatrieme nombre, avec lequel le nombre quatre soit dans la même proportion que trois est à six.

Cette règle qu'on appelle aussi *règle de trois*, s'énonce de différentes manieres dans le courant des affaires ; on dit communément si 3 donne 6, combien donnera 4 ; les Géometres s'énoncent de cette maniere, 3:6 :: 4 : x, ce qui signifie 3 est à 6 comme 4 est à x, qui est le quatrieme terme de la proportion dont il faut chercher la valeur ; pour connoître cette valeur, suivant la méthode ordinaire, on multiplie les deux termes moyens 6 par 4, & l'on divise le produit par le premier terme 3, & le quotient donne la valeur de x ou le quatrieme terme de la proportion ; lorsque tous ces termes sont composés de plusieurs chiffres, les mulplications & divisions deviennent longues & embarrassantes ; pour éviter cet embarras, on se sert de la table des logarithmes de la maniere suivante ; on commence par

établir la proportion, comme ici 3 : 6 :: 4 : x, ensuite on prend les logarithmes des termes moyens 6 & 4 dans la table, on les ajoute ensemble, & on ôte de leur somme le logarithme du premier terme 3, & le restant est le logarithme du quatrieme terme ou de la valeur de x, qu'on cherche dans les tables.

EXEMPLE.

Logarith. . .	6	0.7781512
Log.	4	0.6020600
Somme	. . . . .	1.3802112
Log.	3	0.4771212
Log. . . x =	8	0.9030900

En cherchant ce dernier nombre dans la table, je vois qu'il est le logarithme du nombre 8 qui est la valeur de x & le quatrieme terme proportionnel.

On remarquera que, dans la table des logarithmes, le premier chiffre de chaque logarithme, est séparé du reste de la somme par un point ; on appelle ce premier chiffre *caractéristique*, il sert à faire connoître le nombre des chiffres plus un, que contient le nombre dont le caractéristique est le premier terme du logarith-

me, ce qui facilite la recherche des nombres correſpondans dans la table; comme c'eſt principalement dans le calcul des triangles que la table des logarithmes eſt d'une grande commodité, on a calculé les logarithmes de tous les ſinus, tangentes & ſécantes, des degrés & minutes de chaque angle, depuis une minute juſqu'à quatre-vingt-dix degrés qui eſt l'angle droit, & on a placé dans la table des ſinus ces logarithmes à côté de chaque ſinus, tangentes & ſécantes, auxquels ils correſpondent; ainſi lorſqu'il eſt queſtion de réſoudre un triangle, au lieu d'opérer ſur les ſinus, tangentes & ſécantes, on ſe ſert de leurs logarithmes, ce qui facilite & abrége conſidérablement le travail; mais, dans ces cas, il faut ſe ſervir également des logarîthmes des nombres qui expriment les meſures des côtés des angles.

Nous obſerverons ici que lorſqu'on à un angle plus grand que l'angle droit ou de 90 degrés, par exemple de 120 degrés, on ne trouve point cet angle dans la table des ſinus, & qu'alors il faut chercher le ſinus de ſon angle de ſupplément, qui eſt le même comme nous l'avons obſervé; ainſi pour avoir le ſinus d'un angle de 120 degrés, il faut cher-

cher le ſinus de l'angle de ſoixante degrés qui eſt ſon angle de ſupplément, puiſque 120 & 60 valent 180 degrés ou la demi-circonférence ; ainſi pour avoir le ſupplément d'un angle quelconque, il n'y a qu'à retrancher ſa valeur de la demi-circonférence ou de 180, le reſtant ſera la valeur de l'angle de ſupplément ; pour avoir l'angle de ſupplément d'un angle de 135 degrés 25 minutes, je retranche cette valeur de 180 degrés, le reſtant 44 degrés 35 min. eſt l'angle de ſupplément. Tout ce que nous avons dit, touchant les tables des ſinus & des logarithmes, ſuffit pour être en état d'en faire uſage dans tout ce que nous aurons à propoſer dans la ſuite.

CHAPITRE III.

Réſolution des Triangles Rectangles.

PROBLEME I.

LES deux côtés d'un triangle rectangle étant donnés, trouver les angles aigus.

SOLUTION.

Soit le triangle rectangle ABC (*fig.* 24,

pl. IV.) dont le côté AB soit de 600 toises, & le côté CB de 1100 toises, l'angle droit B, il s'agit de trouver les angles aigus A & C; pour cet effet je fais l'analogie suivante.

Comme le logarithme du côté BC 1100 toises.

Au logarithme du côté AB 600 toises.

Ainsi le logarithme du sinus total.

Au logarithme de la tangente de l'angle C.

OPERATION.

Log. . . 600 toises . .	2.7781512	Termes moyens à ajouter.
Log. Sinus total . . .	10.0000000	
	12.7781512	Somme de l'addition.
Log. 1100	3.0413927	Log. du pr. terme à soust.
Log. Tang. 28 d. 36 m.	9.7367585	Restant Log. de la tangente de l'angle C.

L'opération étant faite, comme on vient de voir, je cherche dans la table des sinus, de la colomne des logarithmes des tangentes, le nombre trouvé 97367585, & je trouve qu'il répond à un angle de vingt-huit degrés 36 minutes à-peu-près: donc l'angle cherché C, est de cette valeur.

Nota. Si au lieu de l'angle C on avoit

voulu avoir l'angle A, il auroit fallu mettre le logarithme du côté A B, pour premier terme de la progreſſion ; parce qu'il faut toujours ſe rappeller que le côté qui eſt oppoſé à l'angle qu'on cherche, doit être le ſecond terme de l'analogie.

Maintenant, pour avoir l'angle A, je ſais que les trois angles en valent deux droits. J'ai deux de ces angles connus, ſavoir, l'angle droit B qui vaut 90 degrés, & l'angle C qui vaut 28 degrés 36 min. Leur ſomme eſt 118 degrés 36 minutes que j'ôte de 180 degrés ; le reſtant, 61 degrés 24 minutes, ſera la valeur de l'angle A. *C.Q.F.F.*

Nous ne donnerons que ce ſeul exemple d'opérations, ce qui nous paroît ſuffiſant dans les problêmes ſuivans ; nous nous contenterons de donner ſimplement les différentes analogies qu'exigent leurs ſolutions.

PROBLEME II.

Connoiſſant les deux côtés d'un triangle rectangle, & l'angle droit qu'ils comprenoient, trouver l'hypoténuſe.

SOLUTION.

Soit ABC (*même fig.* 24.) le triangle rectangle dont on connoît ci-devant le côté AB de 600 toises, le côté BC de 1100 toises, & l'angle droit B ; il s'agit de trouver l'hypoténuse ou côté CA.

Pour cet effet, commencez par trouver par le problême precédent la valeur d'un des angles aigus comme A, ensuite faites l'analogie suivante.

Comme le logarithme du sinus de l'angle A,
Au logarithme du côté BC;
Ainsi le logarithme du sinus total,
Au logarithme de l'hypoténuse AC.

PROBLEME. III.

Dans tout triangle rectangle, l'hypoténuse & les angles aigus étant connus, trouver ses deux autres côtés.

SOLUTION.

Soit dans le triangle rectangle ABC (*fig.* 24.) l'hypoténuse AC & les angles A & C connus, trouver la valeur des deux côtés BA, BC.

Premierèment pour le côté BA, *faites cette analogie.*

Comme le logarithme du ſinus total,
Au logarithme de l'hypoténuſe AC;
Ainſi le logarithme de l'angle C,
Au logarithme du coté AB.

Enſuite pour le côté BC, *dites :*

Comme le logarithme du ſinus total,
Au logarithme de l'hypoténuſe AC;
Ainſi le logarithme du ſinus de l'angle A,
Au logarithme du côté BC.

PROBLEME IV.

L'hypoténuſe & un côté d'un triangle rectangle étant donnés, trouver les angles aigus.

SOLUTION.

Dans le triangle rectangle ACB (*fig.* 24) l'hypoténuſe AC & le côté AB étant connus, on demande la valeur des angles A & C.

Pour la trouver, faites cette analogie.

Comme le logarithme de l'hypoténuſe
Eſt au logarithme du ſinus total;

Ainsi le logarithme du côté AB,
Au logarithme du sinus de l'angle C.

Maintenant pour avoir la valeur de l'angle A.

Ajoutez l'angle droit ou 90 degrés à la valeur de l'angle trouvé C ; retranchez leur somme de 180 degrés, le restant sera la valeur de l'angle A.

Les Solutions de ces quatre Problêmes renferment tous les cas où il s'agit de trouver une inconnue quelconque dans un triangle rectangle.



CHAPITRE IV.

De la résolution des triangles rectilignes obliques.

ON appelle *triangle oblique*, tout triangle qui n'a point d'angle droit, tels sont les triangles qui ont un angle obtus, ou qui ont les trois angles aigus.

PROBLEME I.

Connoissant les angles & un côté d'un triangle oblique, connoître les deux autres côtés.

SOLUTION.

Supposons que dans le triangle oblique ABC, (*fig.* 23.) on connoisse les trois angles ABC, & le côté AB de 55 toises; on demande la valeur des côtés AC, BC.

Premièrement pour avoir la valeur de la base au côté BC, *je fais l'analogie suivante.*

Le logarithme sinus de l'angle C,
Au logarithme du côté AB;
Comme le logarithme du sinus de l'angle A,
Au logarithme du côté BC.

Ensuite, pour avoir le côté AC, *je fais cette autre analogie.*

Comme le logarithme du sinus de l'angle A,
Au logarithme de la base BC;
Ainsi le logarithme sinus de l'angle B,
Au logarithme du côté AC.

PROBLEME II.

Connoissant deux côtés & un angle d'un triangle oblique, connoître les deux autres angles.

SOLUTION.

Dans le triangle ABC, (*fig.* 23.) on connoît la valeur des côtés *AB*, AC, & l'angle B : on demande la valeur des deux angles A & C ; pour la trouver, je dis :

Comme le logarithme du côté AC,

Au logarithme du ſinus de l'angle connu B ;

Ainſi le logarithme du côté AB.

Au logarithme du ſinus de l'angle C.

Pour avoir la valeur de l'angle A, j'ajoute la valeur des deux angles B & C, & je retranche leur ſomme de 180 degrés, le reſtant eſt la valeur de l'angle A.

Par exemple : ſuppoſons que l'angle B eſt de 22 degrés, & l'angle C de 44 degrés ; j'ajoute ces deux valeurs, leur ſomme eſt de 66 degrés, que je retranche de 180, le reſtant eſt de 114 degrés, qui eſt la valeur de l'angle obtus A.

SCHOLIE ou OBSERVATION.

Si dans les problêmes ci-deſſus, au lieu de ſuppoſer les deux côtés AB & AC comme connus, nous euſſions pris les côtés connus AB. BC & l'angle connu

C ; & si pour connoître l'angle A nous eussions fait, suivant la règle, l'analogie suivante.

Comme le logarithme du côté A B,
Au logarithme du sinus de l'angle C ;
Ainsi le logarithme du côté B C,
Au logarithme du sinus de l'angle A.

Il pourroit arriver qu'en cherchant dans les tables à quel angle répond le logarithme du dernier terme de la progression, on prît un angle aigu pour son angle de supplément ; car en supposant, comme nous avons fait, l'angle A de 114 degrés, le dernier terme de la progression se trouveroit 9.9607302, & en cherchant ce nombre dans la table des sinus, on trouveroit qu'il répond à l'angle de 66 degrés, ce qui seroit exact si l'angle A étoit aigu ; mais comme ici l'angle est obtus, ce sinus ne répond point à l'angle aigu de 66 degrés, mais à l'angle de son supplément qui est de 114 ; c'est pourquoi, dans cette opération, il faut toujours prendre garde si l'angle cherché est obtus ou aigu.

Il peut arriver qu'en opérant sur le terrain, il se trouve des obstacles qui empêchent de connoître si cet angle cherché est aigu ou obtus, dans ce cas il faut

chercher les deux autres angles par les méthodes que nous indiquons ici, & ajouter leur valeur ensemble.

Si leur somme excéde quatre-vingt-dix degrés, l'angle cherché sera aigu; mais si cette somme est au dessous de quatre-vingt-dix degrés, ce sera un angle obtus; & dans ce cas le quatrieme terme proportionnel, trouvé par la règle de proportion, n'appartient point à l'angle auquel il répond dans les tables, mais à son supplément.

PROBLEME III.

Deux côtés d'un triangle oblique étant connus, ainsi que l'angle qu'ils renferment entr'eux, trouver la valeur des deux autres angles.

SOLUTION.

Dans le triangle ABC les deux côtés AB. BC & l'angle B qu'ils renferment étant connus, on demande la valeur des deux autres angles A & C *(fig. 23.)*

Comme la solution de ce problême pourroit embarrasser les commençans, nous en ferons ici l'opération toute entiere, afin de leur en donner un exemple. Les mêmes raisons nous engagent d'en fai-

re autant pour la ſolution du Problême IV; pour cet effet, ſuppoſons que le côté AB eſt de 56 toiſes, & le côté BC de 92 toiſes, & enfin l'angle compris B de 52 degrés, il s'agit, 1°. de trouver la valeur de l'angle A; 2°. la valeur de l'angle B; pour cet effet, je ſuis obligé de faire les opérations ſuivantes.

1°. Je retranche l'angle B, 52 degrés de 180, & le reſtant me donne la valeur des deux angles A & B, qui eſt de 128 degrés, dont la moitié eſt 64.

2°. J'ajoute enſemble la valeur des deux côtés AB. BC, c'eſt-à-dire 56 & 92, pour avoir leur ſomme qui eſt 148 toiſes.

3°. Je retranche le petit côté AB, 56 du grand côté BC, 92 pour avoir leur différence qui eſt de 36.

4°. Je prends la moitié de cette différence, qui eſt de 18.

5°. Ces quatres premieres opérations faites, je fais l'analogie ſuivante.

Comme le logarithme de la ſomme des deux côtés 148,

Au logarithme de leur différence 36;

Ainſi le logarithme de la tangente de la moitié de la valeur des angles cherchés 64,

Au

Au logarithme de la tangente de la moitié de leur différence.

Je cherche tous ces logarithmes que je dispose comme il suit; puis j'ajoute les logarithmes des 2 & 3 termes de la proportion; j'ôte de leur somme le logarithme du premier terme, & le restant me donnera le logarithme du nombre que je cherche.

Log. de la somme des deux côtés AB, BC . . .	148 . .	2.1702617
Log. de leur différence. . .	36 . .	1.5563025
Log. tangente de la moitié de la somme des angles cherchés	64 . .	10.3118182
Somme des log. des termes moyens		11.8681207
D'où je soustrais le log. du 1 terme		2.1702617
Reste le logari. de la tangente de la moitié de la différence des deux angles 26 degres 30 min. . .		9.6978590

6°. Je cherche le nombre restant 9.6978590 dans la table des sinus, à la colomne des tangentes, & je trouve qu'il répond à 26 degrés 30 minutes: comme ce n'est que la moitié de la différence entre l'angle A & l'angle C, leur différence totale est de 53 degrès. Je fais

donc que l'angle A, qui eſt appuyé ſur le plus grand côté BC, eſt plus grand que l'angle C de 53 degrès.

Maintenant, pour avoir la valeur de chacun de ces angles, j'ajoute d'une part à la moitié de leur ſomme, qui eſt 64, la moitié de cette différence 26 degrés 30 minutes, ce qui me donne 90 degrés 30 minutes pour l'angle A ; & d'autre part j'ôte 26 degrés 30 minutes de 64 : il me reſte 37 degrés 30 minutes pour l'angle C. *C. Q. F. F.*

PROBLEME IV.

Les trois côtés d'un triangle oblique étant donnés, trouver les trois angles.

SOLUTION.

Soit ABC, (*fig.* 23.) le triangle oblique dont nous ſuppoſerons le côté AB de 50 toiſes, le côté AC de 70 toiſes, & enfin le côté ou la baſe BC de 110 toiſes ; il s'agit de trouver la valeur des trois angles ABC.

Pour réſoudre ce Problême, il faut diviſer la baſe BC en un point quelconque E, tel que la différence du ſegment

CE, ſoit à la différence des côtés AB AC, comme la baſe BC eſt à la ſomme de ces deux côtés : or le côté AB étant de 50 toiſes, & le côté AC de 70, leur ſomme eſt 120, & leur différence eſt 20. Cela poſé, je fais l'analogie ſuivante.

Comme le logarithme de la baſe 110,
Eſt au logarithme de la ſomme des deux autres côtés 120;
Ainſi le logarithme de leur différence 20,
Au logarithme de la différence des ſegmens de la baſe BE, EC.

Je dis donc :

Log. . . 110 . . .		2.0413927
Log. . . 120 . . .		2.0791812
Log. . . 20 . . .		1.3010300
Somme des Log. moyens		3.3802112
Log. de 110 à ôter . .		2.0413927
Log. de la diff. des ſeg. 22 .		1.3388185

Je cherche ce logarithme dans la table, & je trouve que la différence des ſegmens CE, CB de la baſe BC, eſt 22, à-peu-près : je diviſe la baſe 110 par moi-

tié, ce qui me donne 55 ; j'ajoute à 55 la moitié de la différence 11, ce qui me donne 66 pour le grand segment BE ; j'ôte 11 de 55, & il me reste pour le petit segment 44.

Ensuite, du point A j'abaisse la perpendiculaire AD, qui divisera en deux parties égales le segment DE, 66 ; & par conséquent les segmens BD & DE seront chacun de 33 ; j'aurai alors le triangle rectangle ADB, dont je connois deux côtés & l'angle droit ; savoir, le côté donné BA de 50 toises, & le côté BD trouvé de 33 : je fais la resolution de ce triangle rectangle, en disant :

Comme le log. de l'hypoténuse BA . . . 50 . . .	1.6989700
Au sinus total. . . .	10.0000000
Ainsi le log. du côt. BD.	1.51851139
Au log. du sinus de l'angle BAD 41. 18.	11.51851139
	1.6989700
	9.8195439

Je cherche ce dernier nombre dans la table des sinus, & je trouve qu'il répond

à 41 degrés 18 minutes, valeur de l'angle BAD; j'ôte cet angle & l'angle droit de 180; il me reste 48 degrés 42 minutes pour la valeur de l'angle B; ensuite, pour avoir l'angle C, je dis:

Comme le log. du côté donné AC 70 toises . .	1.8450980
Au log. du sinus de l'angle B 48 deg. 42 min.. . .	9.8757927
Ainsi le log. du côté donné AB 50 toises.	1.6989700
Au log. du sinus de l'angle C.	11.5747627
	1.8450980
	9.7296647

Je cherche ce dernier nombre dans la table de sinus, & je trouve qu'il répond à 32 degrés 27 minutes, qui est la valeur de l'angle C.

Enfin, pour connoître la valeur de l'angle A, j'ôte la somme des deux angles trouvés BC, c'est-à-dire 48 degrés 42 minutes, & 32 degrés 27 minutes = 81 deg. 9 min.; j'ôte, dis-je, cette

somme de 180 deg., il me reste 95 deg. 51 min. pour l'angle obtus A.

Ainsi dans le triangle proposé, l'angle A est de 97 deg. 51 min., l'angle B. est de 48 deg. 42. min., & l'angle C est de 32 deg. 27 min. *C. Q. F. F.*

Nous observerons ici, que dans la table des sinus on trouve les logarithmes des degrés & des minutes de chaque degré, ce qui suffit pour la précision qu'exigent les opérations de Géométrie Souterraine. Mais il n'en est pas de même de la table des logarithmes ; cette table ne donne que les logarithmes des nombres entiers ; & dans les mesures linéaires, il arrive presque toujours, qu'il s'y trouve des fractions qui ne sont pas dans cette table. Supposons, par exemple, qu'il faille trouver le logarithme d'un côté de triangle de 43 toises 5 pieds 10 pouces, ou de telle autre fraction que ce puisse être ; on ne trouvera pas ce logarithme dans la table, ce qui ne manqueroit pas d'embarrasser ceux qui ne sont pas prévenus de la maniere de s'y prendre.

En pareil cas, il faut réduire les entiers au terme de la derniere fraction ; par exemple, pour avoir le logarithme

de 43 toiſes 5 pieds 10 pouces, il faut d'abord réduire les 43 toiſes en pieds, ce qui donnera 258 pieds ; & ajouter à ce produit les cinq pieds, ce qui donnera 263 pieds qu'il faut réduire en pouces, dont le produit ſera de 3168 pouces, auquel il faut ajouter les 10 pouces de la derniere fraction, ce qui fera 3178 pouces, qui eſt un nombre ſans fractions & qui eſt équivalent à 43 toiſes 5 pieds 10 pouces, dont on trouvera le logarithme dans la table : or il eſt évident qu'en opérant ſur ce nombre de pouces ou fractions, c'eſt comme ſi on opéroit ſur leur entier, ſauf, après l'opération, à réduire ces fractions en leurs entiers.

Mais alors il faut toujours ſe rappeller que dans une règle de proportion, il faut réduire le ſecond terme à la même fraction que le premier ; par exemple, ſoit la règle de proportion ſuivante,

43 toiſes 5 pieds 10 pouces ſont à 25 toiſes 2 pieds, comme 32 toiſes 3 pieds à un quatrieme terme.

Il eſt alors indiſpenſable de réduire le ſecond terme 25 toiſes 2 pieds au même dénominateur que le premier, c'eſt-à dire en pouces, quoiqu'il ne s'en trouve pas dans ce ſecond terme.

A l'égard du troisième terme, il suffit de le réduire en pouces pour avoir son logarithme : car on peut très-bien dire, 3178 pouces = à 43 toises 5 pieds 10 pouces, sont à 1824 pouces = à 25 toises 2 pieds, comme 195 pieds = 32 toises 3 pieds à un quatrieme terme, & alors la proportion précédente se change en celle-ci 3178 : 1824 : : 195 : x dont tous les nombres sont entiers & se trouvent dans la table des Logarithmes. Il faut seulement avoir soin pour lors de réduire le dernier terme en ses entiers, pour avoir son expression en termes moins compliqués ; & afin de mettre cette observation dans tout son jour & faire disparoître toute difficulté concernant ces fractions, nous ferons ici l'opération toute entiere. Soit, comme dessus,

43 toises 5 pieds 10 pouces : 25 toises 2 pieds : : 32 toises 3 pieds : x quatrieme terme. Après avoir réduit les deux premiers termes en pouces ou au même dénominateur, je réduis le troisieme terme en pieds, parce qu'il n'y a point de pouces ; & j'ai alors la proportion ci-dessus, comme 3178 : 1824 : : 195 : x ; ensuite je dis :

Comme le Logarithme de .	3178 ...	3.5005109
Au Logarithme de	1824 ...	3.2610248
Ainsi le Logarithme de . .	195 ...	2.2900346
Au Logarithme de	112 ...	5.5510594
ci		3.5005109
		2.0505485

Je cherche ce dernier nombre dans la table des logarithmes, & je trouve qu'il répond au nombre de 112 à-peu-près, qui, dans la réduction, représenteront 112 pieds ; je les réduis alors en toises, & je trouve 18 toises 4 pieds; ainsi on a 43 toises 5 pieds 10 pouces ; 25 toises 2 pieds 2 pouces :: 32 toises 3 pieds : 18 toises 5 pieds.

Il peut arriver qu'on soit obligé d'opérer sur des nombres qui n'ont point de mesure déterminée, comme dans cette proportion $6\frac{5}{12} : 15\frac{7}{12} :: 8\frac{3}{5} : x$. Pour lors il faut réduire les entiers aux dénominateurs des fractions, ce qui se fait en multipliant les entiers par les dénominateurs:

par exemple, dans la progreſſion ci-deſſus, je multiplie 6 par 12, & j'ai $\frac{72}{12}$ auxquelles j'ajoute $\frac{5}{12}$, ce qui fait $\frac{77}{12}$: j'en fais autant ſur le ſecond terme 15 $\frac{7}{12}$, ce qui me donne $\frac{187}{12}$: je fais la même opération pour le troiſieme terme, & comme la fraction de ce dernier terme eſt des cinquiemes, je multiplie 3 par 8, ce qui me donne $\frac{40}{5}$ auxquelles j'ajoute les $\frac{3}{5}$ de la fraction, & j'ai $\frac{43}{5}$; ainſi la proportion ci-deſſus ſe réduit à celle-ci qui lui eſt égale $\frac{77 : 187 ::}{12}$ $\frac{43 : x}{5}$ & dans laquelle il n'y a que des nombres entiers ; & on cherche le quatrieme terme, comme nous avons fait ci-devant, en obſervant que le nombre qu'on trouve par le logarithme du quatrieme terme, eſt toujours le numérateur d'une fraction ſemblable à celle du troiſieme terme, comme on voit dans l'opération ſuivante :

Log. . . .	77	1.8864907
Log. . . .	187	2.2718416
Log. . . .	$\frac{43}{5}$	1.6334685
Somme.	. . . .	3.9053101
		1.8864907
Log. x =	$\frac{104}{5}$	2.0188194

Lorſque les dénominateurs des fractions des deux premiers termes ſont de même nature, comme $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{8}$ *&c.* il ſuffit de réduire les entiers en une fraction qui ait le même dénominateur; mais il peut arriver que les deux premiers termes n'aient pas la même fraction, comme dans cette progreſſion 5 $\frac{3}{9}$: 8 $\frac{5}{7}$: : 12 $\frac{4}{8}$: x, où l'on voit que les fractions des deux premiers termes ne ſont pas les mêmes; dans ce cas, il faut réduire les fractions des deux premiers termes au même dénominateur, ce qui ſe fait de cette maniere: il faut multiplier les deux termes de la premiere par le dénominateur de la ſeconde, ce qui donnera la premiere fraction; enſuite multiplier les deux termes de la ſeconde par le dénominateur de la premiere, ce qui donnera la ſeconde fraction; par exemple, dans le cas préſent, 5 $\frac{3}{9}$: 8 $\frac{5}{7}$: : 12 $\frac{4}{8}$ x pour réduire les deux fractions $\frac{3}{9}$ & $\frac{5}{7}$ au même dénominateur; je multiplie d'abord 3 par 7, & j'ai 21 que j'écris, $\frac{21}{63}$; enſuite je multiplie 9 par 7, ce qui fait 63 que j'écris au deſſous de 21 ci-deſſus; enſuite je multiplie 5 par 9, qui valent 45 que j'écris, $\frac{45}{63}$; puis je multiplie 7 par 9, ce qui me donnera 63 que j'écris

deſſous 45, & pour lors les deux fractions ſe réduiſent à celles-ci qui leur ſont égales $\frac{21}{63}$ & $\frac{45}{63}$: il faut enſuite réduire les entiers aux mêmes dénominateurs, comme nous l'avons dit précédemment, c'eſt-à-dire ici, en multipliant 63 par 5, & ajouter au produit le numérateur 21, ce qui donnera $\frac{336}{63}$; & multipliant de même le ſecond terme 8 par 63, & ajoutant au produit le numérateur 45, on a $\frac{549}{63}$; puis le troiſieme 12 par le dénominateur de ſa fraction 6, & ajoutant au produit le numérateur 4, on a $\frac{76}{6}$; & de cette maniere on a, au lieu de la proportion fractionnaire ci-deſſus, celle-ci qui lui eſt égale, 336 : 549 : : 76 : x, en obſervant que les nombres qu'on trouve par le logarithme de x repréſentent des fractions ſemblables à celles du troiſieme terme.

Enfin nous ajouterons aux obſervations précédentes, que ſi le dénominateur de la fraction du troiſieme terme de la proportion, eſt le même que celui de la fraction du premier terme, il n'eſt pas néceſſaire de réduire les fractions des deux premiers termes au même dénominateur; par exemple, dans la proportion ſuivante $3\frac{2}{3} : 6\frac{1}{8} : : 4\frac{2}{3} : x$, il eſt évident qu'ayant réduit chacun des entiers au dé-

nominateur de leurs fractions, on aura cette autre proportion, $\frac{17}{5} : \frac{49}{8} :: \frac{23}{5} : \frac{x}{8}$; & dans ce cas le Logarithme de x indiquera la valeur du numérateur du quatrieme terme qui sera des huitiemes, c'est-à-dire que le dénominateur du dernier terme sera le même que celui du second.

CHAPITRE V.

Seconde méthode pour la résolution des triangles rectangles.

IL est rare que dans la Géométrie Souterraine on ait d'autres triangles à résoudre, que des triangles rectangles, ou qui ont un angle droit; & comme on n'a pas toujours à sa portée des tables des sinus, nous joignons ici une table au moyen de laquelle on peut résoudre ces sortes de triangles avec beaucoup de facilité, en connoissant l'hypoténuse & un des angles aigus.

Soit la montagne AB *(fig. 25.)* dont on desire connaître la hauteur perpendiculaire BC & la longueur de sa base, depuis A jusqu'à C; il faut d'abord mesurer l'hypoténuse AB, c'est-à-dire le côteau AB de la montagne, par les méthodes que

nous expliquerons dans la ſuite, & prendre l'angle que la ligne AB fait avec l'horiſontale AC. Lorſqu'on connoît le nombre de toiſes que contient cette ligne AB, on multiplie ce nombre par 100, parce que dans cette table on ſuppoſe la toiſe diviſée en 100 parties, en ajoutant deux zero au nombre trouvé; par exemple, ſuppoſons qu'après avoir meſuré la longueur du côteau A, vous l'ayez trouvé de 582 toiſes trois pieds; vous ajoutez d'abord deux o à 582, pour avoir 58200, enſuite trois pieds, faiſant la moitié de la toiſe, valant 50, que vous ajoutez à 58200, qui donnera 58250 centiemes de toiſes pour le côté AC; ſi au lieu de 3 pieds vous en aviez trouvé 5, ce ſeroit alors cinq ſixiemes de 100, ou près de 81, que vous ajouteriez à 58200, pour avoir 58281, & ainſi des autres; & c'eſt toujours d'après le nombre de toiſes que contient l'hypoténuſe réduites en centiemes, qu'on trouvera dans la table ſuivante la valeur des lignes AC, BC ſuivant la grandeur de l'angle A, parce que la table ſuivante a été calculée pour tous les degrés de quinze en quinze minutes que peut avoir cet angle.

Cette table contient trois colomnes.

La premiere marque les degrés & les minutes de 15 en 15 ; & au lieu d'écrire, par exemple, 20 degrés 15 minutes, 30 minutes, 45 minutes, on a écrit simplement 1 degré $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ qui expriment la même valeur. La seconde colomne marque le nombre de centiemes de toises que contient la perpendiculaire BC, sous l'angle qui est à côté. La troisieme colomne marque le nombre de centiemes de toises que contient l'horisontale AC, sous le même angle.

Voici la maniere de se servir de cette table. Supposons, comme ci-dessus, qu'on desire savoir la hauteur verticale de la montagne AB, ou la ligne BC, ainsi que sa base, depuis A jusqu'à C : il faut d'abord observer qu'il est rare que le côteau d'une montagne un peu considérable soit assez uni pour pouvoir le mesurer sous un même angle & d'une seule station. Il faut donc s'y prendre à différentes reprises; pour cet effet, commencez par prendre l'angle A, que nous supposerons ici de 22 degrés $\frac{1}{2}$; écrivez sur votre papier la valeur de cet angle ; ensuite mesurez, avec votre chaîne, la longueur AD, que nous supposons de 35 toises 1 pied 6 pouces ; réduisez tout

cela en centiemes de toiſes, 1°. en ajoutant deux zero à 35, ce qui fait 3500; puis, obſervant qu'un pied ſix pouces font le quart de la toiſe, vous prenez à leur place le quart de cent, qui eſt 25, vous les ajoutez à 3500, & vous avez, pour la longueur du côté AD, 3525 que vous notez également ſur le papier, à côté de l'angle noté.

Puis faites la même opération au point D & prenez l'angle D que nous ſuppoſons de 34 degrés $\frac{3}{4}$ = 45 minutes; meſurez enſuite la longueur DE que nous ſuppoſerons de 83 toiſes 5 pieds, que vous réduirez en centiemes de toiſes, comme ci-deſſus, & vous aurez 8384 centiemes de toiſes.

Faites la même opération ſur FB que nous ſuppoſerons de 95 toiſes, & l'angle F de 43 degrés $\frac{1}{4}$, que vous noterez comme ci-deſſus, & ainſi de toutes les autres ſtations, quelqne nombre que vous en ayez à faire pour parvenir au ſommet de la montagne. Maintenant, pour avoir la hauteur totale BC de la montagne, & la valeur de la partie de ſa baſe AC, vous commencerez par calculer la valeur du triangle ADE.

L'angle A, par la ſuppoſition, eſt de

22

22 degrés ½ cherchés dans la table 22 degrés ½ ; vous trouverez à côté pour la perpendiculaire DE 3827, & pour la ligne horisontale AE 9239.

Vous avez, par la supposition, le côté AD de 3525, commencez par multiplier le côté DE 3827 par le côté AD 3525 de cette maniere :

```
      3827
      3525
    ------
     19135
     7654
   19135
  11481
  -------
  1349|0175
```

Retranchez les quatre dernieres figures, il vous restera 1349 $\frac{1}{100}$ en divisant ce nombre par 100, qui est la valeur d'une toise, on aura 13 $\frac{49}{100}$, c'est-à-dire 13 toises 4 pieds $\frac{3}{10}$ ou a très-peu de chose près, 13 toises 5 pieds 9 pouces pour la hauteur DE.

Ensuite, pour avoir la base AE, multipliez de même 9239, trouvez dans la table sur la ligne de l'angle 22 ½ degrés par le côté 3525 comme il suit.

```
       9239
       3525
      ------
      46195
     18478
    46195
   27717
  ----------
  3256|7475
```

Retranchez comme dessus les quatre dernieres figures, il vous restera 3256 $\frac{74}{100}$ qu'il faut diviser par 100, pour avoir la valeur en toises, ce qui vous donnera 32 toises trois pieds quatre pouces pour valeur, de la base AE. Je fais la même opération sur le triangle DFG, donc le côté DE est supposé de 83 toises 5 pieds qui, réduits en centiemes de toises, valent 8384, & l'angle D 34 d. $\frac{3}{4}$. Je cherche dans la table les nombres qui y correspondent, & je trouve 5700 pour la perpendiculaire, & 8216 pour l'horisontale : je multiplie ces deux nombres par 8384, valeur du coté DF, & j'ai pour le côté FG, 4778 $\frac{98}{100}$ qui valent 47 toises 4 pieds 7 pouces $\frac{1}{2}$, & pour la ligne horisontale DG j'ai 6888 = 68 toises 5 pieds 0 pouces (on néglige 7 lignes qu'il y a de plus.)

Je passe enfin au calcul du triangle FBH dont le côté supposé de 95 toises = 9500 & l'angle F de 43 d. $\frac{1}{4}$. Je cherche dans la table, vis-à-vis de ce degré, les nombres correspondans pour la perpendiculaire BH, & pour l'horisontale FH, & je toouve 6852 & 7284; je multiplie ces deux nombres par 9500, valeur du côté FB; & après avoir retranché les quatre derniers chiffres des produits, j'ai pour la perpendiculaire 6509 = 65 toises 0 pieds 9 pouces; & pour l'horisontale 6919 $\frac{80}{100}$ c'est-à-dire 69 toises un pied 1 pouce. Toutes ces opérations étant faites, j'additionne les hauteurs trouvées DE, FG, BH, dont la somme sera la hauteur totale BC; j'additionne également la valeur trouvée des horisontales AE, DG, FH, & la somme sera la longueur de la base AC.

EXEMPLE.

	toises	pieds.	pouces.	lignes.	
DE	13	3	0	9	
FG	47	4	7	6	
BH	65	0	9	0	
	126	2	5	3	val. de BC.
AE	32	3	4	0	
DG	68	5	0	7	
FH	69	1	1	10	
	170	3	6	5	val. de la base AC.

Il faut obſerver qu'il eſt d'uſage de retrancher les quatre dernieres figures, parce qu'elles ne peuvent apporter aucune erreur ſenſible, lorſqu'on n'a qu'un triangle à reſoudre, ou que l'on n'a qu'une ſtation à faire; mais lorſqu'il y a pluſieurs ſtations, cette erreur peut être de quelques pouces ſur la totalité.

Pour prévenir cette erreur, lorſqu'on a multiplié le nombre trouvé dans la table, par la valeur du côté connu, on ne fait pas la réduction du produit en toiſes, pour avoir la valeur du premier triangle; mais on couche ces premiers produits ſur le papier, de la maniere ſuivante; par exemple, dans le calcul des triangles précédens, après avoir multiplié 3827, nombre trouvé dans la table pour la perpendiculaire DE du premier triangle, & 9239 pour l'horiſontale AE, par 2525; au lieu de retrancher les quatre dernieres figures des deux produits 13490175, & 3256747 5, on les laiſſe ainſi dans leur entier, & l'on paſſe deſuite au calcul du ſecond triangle DEG, en multipliant le nombre trouvé dans la table, pour la perpendiculaire FG 5700, & 8216 pour l'horiſontale DG, par 8384, valeur de l'hypoténuſe DE: les produits ſont 47788800

& 68882944 qu'on laisse également dans leur entier, & l'on calcule desuite le troisieme triangle FBH. En cherchant dans la table le nombre 6852 pour la perpendiculaire BH, & 7284 pour l'horisontale FH, qui étant multipliés par 9500, valeur de l'hypoténuse FB, donnent les produits 65094000 & 69198000, & l'on continueroit de même s'il y avoit d'autres triangles ou stations.

Cela fait, on additionne les produits des perpendiculaires, ainsi que ceux des horisontales ; & après avoir retranché de leurs sommes les quatre dernieres figures, on en fait la réduction comme il suit :

	perpendiculaires	horisontales.
Premier triangle	13490175	32567475
2e. triangle	47788800	68882944
3e. triangle	65094000	69198000
	12637|2975	17064|8419

Ce qui donne pour la valeur totale de la perpendiculaire ou hauteur verticale de la montagne BC 126 toises 2 pieds 3 pouces, & pour l'horisontale AC 170 toises 3 pieds 9 pouces, qui sont à-peu-près la même valeur que nous avons trouvée par la réduction des triangles particuliers, tel est l'usage de la table suivante.

Table des Parties Centésimales, pour la résolution des Triangles Rectangles.

degrés	perpendiculaire	horisontale.	degrés	perpendiculaire	horisontale.
¾	0044	9999	6	1045	9945
½	0087	9999		1089	9941
¾	0171	9999	½	1132	9936
1	0175	9998		1175	9931
	0218	9998	7	1219	9925
½	0262	9997		1262	9920
	0305	9995	⅓	1305	9914
2	0349	9994		1349	9909
	0393	9992	8	1392	9903
½	0436	9990		1435	9897
	0480	9988	½	1478	9890
3	0523	9986		1521	9884
	0567	9984	9	1564	9877
½	0610	9981		1607	9870
	0654	9979	½	1650	9863
4	0698	9976		1693	9856
	0741	9973	10	1736	9848
½	0785	9969		1779	9840
	0828	9966	½	1822	9833
5	0872	9962		1865	9825
	0915	9958	11	1908	9816
½	0958	9954		1951	9808
	1002	9950	½	1994	9799

degrés	perpendiculaire	horisontale	degrés	perpendiculaire	horisontale
	2036	9790	½	3173	9483
12	2079	9781		3214	9469
	2122	9772	19	3256	9455
½	2164	9763		3297	9441
	2207	9753	½	3338	9426
13	2250	9744		3397	9412
	2292	9734	20	3420	9397
½	2334	9724		3461	9382
	2377	9713	½	3502	9367
14	2419	9703		3543	9351
	2462	9692	21	3584	9336
½	2504	9681		3624	9320
	2546	9670	½	3665	9304
15	2588	9659		3706	9288
¼	2630	9648	22	3746	9272
½	2672	9636		3786	9255
¾	2714	9625	½	3827	9239
16	2756	9613		3867	9222
	2798	9600	23	3907	9205
½	2840	9588		3947	9188
	2882	9576	½	3987	9171
17	2924	9563		4027	9153
	2965	9550	24	4067	9135
½	3007	9537		4107	9118
	3049	9524	½	4147	9100
18	3090	9511		4187	9081
	3132	9497	25	4226	9063

degrés	perpendiculaire	horisontale	degrés	perpendiculaire	horisontale
	4266	9045		5336	8457
½	4305	9026	1/1	5373	8434
	4344	9007		5410	8410
26	4384	8988	33	5446	8387
	4423	8969		5485	8363
½	4462	8949	½	5519	8339
	4501	8930		5556	8315
27	4540	8910	34	5592	8290
	4579	8890		5628	8266
½	4617	8870	½	5664	8241
	4656	8850		5700	8216
28	4695	8829	35	5736	8192
	4733	8809		5771	8166
½	4772	8788	½	5807	8141
	4810	8767		5843	8116
29	4848	8746	36	5878	8090
	4886	8725		5913	8064
½	4924	8704	½	5948	8039
	4962	8682		5983	8013
30	5000	8660	37	6018	7986
¼	5038	8638		6053	7060
½	5075	8616	½	6088	7934
¾	5113	8594		6122	7907
31	5150	8572	38	6157	7880
	5188	8549		6191	7853
½	5225	8526	½	6225	7826
	5262	8504		6259	7799
32	5299	8480	39	6293	7771

degrés	perpendiculaire	horiſontale	degrés	perpendiculaire	horiſontale
	6327	7744		7224	6915
½	6361	7716	½	7254	6884
	6394	7688		7284	6852
40	6428	7660	47	7314	6820
	6461	7632		7343	6788
½	6494	7604	½	7373	6756
	6528	7576		7402	6724
41	6561	7547	48	7431	6691
	6593	7518		7461	6659
½	6626	7490	½	7490	6626
	6659	7461		7518	6593
42	6691	7431	49	7547	6561
	6724	7402		7576	6528
½	6756	7373	½	7604	6494
	6788	7343		7632	6461
43	6820	7314	50	7660	6428
	6852	7284		7688	6394
½	6884	7254	½	7716	6361
	6915	7224		7744	6327
44	6947	7193	51	7771	6293
	6978	7163		7799	6259
½	7009	7133	½	7826	6225
	7040	7102		7853	6191
45	7071	7071	52	7880	6157
¼	7102	7040		7907	6122
½	7133	7009	½	7934	6088
¾	7163	6978		7960	6053
46	7193	6947	53	7986	6018

degrés	perpendiculaire	horisontale	degrés	perpendiculaire	horisontale
	8013	5983	60	8660	5000
½	8039	5948	¼	8682	4962
	8064	5913	½	8704	4924
54	8090	5878	¾	8725	4886
	8116	5843	61	8746	4848
½	8141	5807		8767	4810
	8166	5772	½	8788	4772
55	8192	5736		8809	4733
	8216	5700	62	8829	4695
½	8241	5664		8850	4656
	8266	5628	½	8870	4617
56	8290	5592		8890	4579
	8315	5556	63	8910	4540
½	8339	5519		8930	4501
	8363	5483	½	8949	4462
57	8387	5446		8969	4423
	8410	5410	64	8988	4384
½	8434	5373		9007	4344
	8457	5336	½	9026	4305
58	8480	5299		9046	4266
	8504	5262	65	9063	4226
½	8526	5225		9081	4187
	8549	5188	½	9100	4147
59	8572	5150		9118	4107
	8594	5113	66	9135	4067
½	8616	5075		9153	4027
	8638	5038	½	9171	3987

dé-grés	perpen-diculaire	horifon-tale	de-grés	perpen-diculaire	horifon-tale
	9188	3947		9600	2798
67	9205	3907	74	9613	2756
	9222	3867		9625	2714
½	9239	3827	½	9636	2672
	9255	3786		9648	2630
68	9272	3746	75	9659	2588
	9288	3706	¼	9670	2546
½	9304	3665	½	9681	2504
	9320	3624	¾	9692	2462
69	9336	3584	76	9703	2419
	9351	3543		9713	2377
½	9367	3502	½	9724	2334
	9382	3461		9734	2292
70	9397	3420	77	9744	2250
	9412	3379		9753	2207
½	9426	3338	½	9763	2164
	9441	3297		9772	2122
71	9455	3256	78	9781	2079
	9469	3214		9790	2036
½	9483	3173	½	9799	1994
	9497	3132		9808	1951
72	9511	3090	79	9816	1908
	9524	3049		9825	1865
½	9537	3007	½	9833	1822
	9550	2965		9840	1779
73	9563	2924	80	9848	1736
	9576	2882		9856	1693
½	9588	2840	½	9863	1650

degrés	perpendiculaire	horifontale.	degrés	perpendiculaire	horifontale.
	9870	1607	½	9969	785
81	9877	1564		9973	741
	9884	1521	86	9976	698
½	9890	1478		9979	654
	9897	1435	½	9981	610
82	9903	1392		9984	567
	9909	1349	87	9986	523
½	9914	1305		9988	480
	9920	1262	½	9990	436
83	9925	1219		9992	393
	9931	1175	88	9994	349
½	9936	1132		9995	305
	9941	1080	½	9997	262
84	9945	1045		9998	218
	9950	1002	89	9998	175
½	9954	958		9999	131
	9958	915	½	9999	87
85	9962	872		9999	44
	9966	828	90	9999	0000

Outre les deux méthodes précédentes pour la résolution des triangles rectangles, il y en a une troisieme, de laquelle on ne doit pas attendre une précision absolument rigoureuse, parce qu'elle est entiérement méchanique; c'est cependant celle, pour ne pas dire la seule, dont les mineurs font usage, parce qu'elle est la plus courte & la plus aisée. Elle consiste à avoir une longue règle divisée en deux ou trois cens parties parfaitement égales, auxquelles on donne la valeur qu'on veut, & qu'on prend pour échelle; & on opére comme il suit.

Supposons, comme ci-devant, qu'on desire savoir la hauteur verticale de la montagne AB (*fig.* 25, *planche IV.*) & la longueur de son côteau AB.

On commence par prendre l'angle vertical A, que nous supposerons, comme ci-dessus, de 22 degrés 30 min., qu'on note sur le papier; puis on mesure la longueur AD supposée de 25 toises 1 pied 6 pouces, qu'on note aussi; ensuite on prend l'angle D supposé de 34 degrés 45 minutes; & l'on mesure de même la longueur DE supposée de 83 toises 5 pieds, qu'on note pour la seconde sta-

tion ; après quoi l'on prend l'angle F supposé de 43 degrés 15 min. ; & l'on mesure la longueur FB supposée de 95 toises, & ainsi de suite, s'il y a d'autres stations.

Cela fait, on a une feuille de papier bien dressée sur laquelle on tire une ligne indéfinie AI, qu'on suppose être la ligne horisontale qui passe par la base de la montagne ; puis du point A, & avec le rapporteur, on tire la ligne indéfinie AD, qui fasse, avec l'horisontale AI, un angle égal à celui de la premiere station (22 deg. 30 min.) Supposons maintenant que vous preniez chaque division de votre échelle pour une toise ; & ayant noté le côté AD de 35 toises 1 $\frac{1}{2}$ pieds, prenez avec le compas cette longueur sur l'échelle, & vous la portez sur la ligne AD ; puis du point D vous tirez la ligne indéfinie DK, parallele à la ligne AI, qui sera l'horisontale sur cette ligne ; & du point D vous tirerez la ligne DF, qui fasse, avec la ligne DK, un angle égal à celui que vous avez trouvé dans votre seconde station (34 deg. 45 min.) ; puis avec le compas vous prendrez sur votre échelle le nombre de toises que vous a donné le côté BF (83 toises 5 pieds),

& vous les portez ſur la ligne D F; enſuite du point F vous tirez la ligne F H parallele à D K; puis du point F & ſur la ligne F H, tirez la ligne F D, qui faſſe avec la ligne F H un angle égal à celui que vous avez trouvé par votre troiſieme ſtation (43 deg. 15 min.); & vous prenez avec le compas ſur votre échelle, la longueur que vous aviez trouvée depuis F juſqu'à B, que vous portez ſur la ligne F B, & ainſi des autres ſtations, ſi vous en aviez davantage.

Cela fait, du point B abaiſſez la perpendiculaire B C ſur la ligne A I, & avec le compas prenez la hauteur B C, & portez-la ſur l'échelle, qui vous donnera le nombre de toiſes & de pieds que cette ligne renferme; faites-en autant ſur la ligne A C pour avoir ſa longueur.

Si on a fait toutes ces opérations avec l'attention requiſe, on peut être aſſuré qu'on ne fera pas une erreur d'un pied ſur toutes ces dimenſions. Nous avons cru devoir entrer dans un détail plus circonſtancié de ces mêmes opérations, afin d'en mieux faire ſentir le méchaniſme.

Tels ſont les premiers élémens de Géométrie & de Trigonométrie dont on doit être inſtruit, pour être en état de

résoudre les problêmes de Géométrie Souterraine, & d'exécuter les opérations qui forment l'objet du Chapitre qui suit; & nous ne doutons pas que pour peu qu'on sache son arithmétique, & qu'on lise avec attention l'explication que nous venons de donner de ces élémens, on ne soit en état de se les rendre familiers par soi-même, & sans aucun secours étranger.



CHAPITRE VI.

Des opérations de Géométrie Souterraine.

IL n'est presque pas d'opération géométrique dans les travaux des Mines, qui ne soit relative au méridien du lieu; il est donc indispensable d'y avoir une méridienne exacte à laquelle on puisse rapporter les directions des différens alignemens qu'on est obligé de prendre. Il est vrai que le commun des Maîtres Mineurs n'y font pas tant de façon; ils prennent pour méridien celui que l'aiguille de la boussole leur indique; ils ne font pas attention qu'actuellement en Europe, la direction de cette aiguille varie

à l'oueſt depuis dix-neuf juſqu'à vingt-un degrés, ſuivant les lieux, c'eſt-à-dire, ſuivant le langage des Mineurs, de près d'une heure & demie; en France, au tems où nous écrivons ceci, (1775) cette aiguille décline à l'oueſt depuis 19 deg. 30 min. juſqu'à 20 deg. 10 min.; elle eſt plus forte ſur les frontieres orientales de ce royaume, que ſur ſes limites occidentales; plus forte à Antibes qu'à Breſt: toutes choſes d'ailleurs égales.

Ce n'eſt donc pas avec le ſeul ſecours de la bouſſole qu'on peut ſe flatter d'avoir une méridienne exacte dans un endroit quelconque donné; il faut s'y prendre d'une autre maniere, lorſqu'il s'agit de tracer une méridienne dans un endroit qui eſt éclairé par le ſoleil pendant deux ou trois heures avant & après midi; l'exécution en eſt très-facile, mais il n'eſt pas rare que des travaux de Mines ſoient ſitués dans des endroits où l'on ne voit le ſoleil que l'avant ou l'après-midi; j'en ai vu où les montagnes cachent cet aſtre pendant deux & trois mois de l'année: dans tous ces derniers endroits, il faut avoir recours à des méthodes particulieres dont nous allons rendre compte dans les problêmes ſuivans.

PROBLEME I.

Tracer une méridienne sur un point quelconque donné dans une campagne.

Nous supposons ici que le point donné est éclairé par le soleil avant & après midi.

SOLUTION.

Soit proposé de tracer une méridienne qui passe par le point A au pied des montagnes B C *(planche IV, fig. 26)*.

Au point A placez un poteau de 5 à 6 pouces de diametre, & enfoncez-le dans terre d'une couple de pieds, afin qu'il soit bien solide, & qu'il sorte de terre de trois bons pieds ; placez sur le sommet de ce poteau qui doit être scié à l'équerre, une petite planche de bois dur, de cinq ou six pouces en quarré, d'un pouce d'épaisseur, & qui soit bien dégauchie en tout sens ; il faut avoir le plus grand soin que cette planche soit parfaitement de niveau en tout sens, & bien attachée sur le poteau. Après quoi tracez avec le compas trois ou quatre cercles concentriques B C D sur un point A vers le milieu de la planche *(fig. 27)*. Sur ce même point, fixez-y un fil d'archal qui sorte d'environ deux pou-

ces hors de la planche, bien appointé par ſon extrêmité ſupérieure, & ſur-tout qu'il ſoit bien perpendiculaire en tout ſens ſur le plan de la planche ; cela fait, obſervez avec attention, avant midi, les endroits où l'ombre de la pointe du fil coupe les cercles, & avec la pointe d'une aiguille, marquez ces points d'interſection ſur les cercles EFG ; enſuite obſervez, l'après-midi, les points ou la même ombre coupe chaque cercle, & les marquez comme auparavant en HIK ; enſuite diviſez par le milieu les arcs EH, FI, GK, aux points LMN, & du centre A tirez par ces points la ligne AL : ce ſera la méridienne cherchée, ſi vous avez opéré exactement. Il eſt vrai qu'il y auroit une petite correction à faire, à cauſe du mouvement du ſoleil en déclinaiſon ; mais comme ce ne peut être qu'une erreur de quelques ſecondes, on peut d'autant plus la négliger, que la Géométrie Souterraine n'exige pas une préciſion auſſi ſcrupuleuſe.

PROBLEME II.

Prolonger une ligne donnée ſur un terrain quelconque.

SOLUTION.

Soit la méridienne trouvée par le problême précédent, qu'il s'agit de prolonger le long de la montagne de A en B.

Sur la planche où vous avez tracé la méridienne AL, placez au point L une autre aiguille ou fil de fer pareille à celle qui eſt au centre, ou bien collez à l'extrêmité de la ligne L, ſur le côté de la planche, un carton dont le bord ſoit bien d'équerre avec le plan de la planche, & de la hauteur du ſtille ou fil de fer; enſuite faites placer le long du terrain, des ſignaux E F B, de maniere qu'en viſant par la pointe du ſtille A, les milieux de ces ſignaux ſe trouvent vis-à-vis la pointe du carton placé en L; la ligne qui paſſe par ces ſignaux, ſera une ligne méridienne prolongée qui paſſera par les points A & B.

Les ſignaux ne ſont autre choſe que des bâtons qu'on enfonce dans terre, & qui portent à leur bout ſupérieur des quarrés de papier d'environ trois pouces en quarré, & au milieu deſquels on fait un trou rond, où une marque noire d'un pouce de diametre, pour pouvoir les appercevoir à une certaine diſtance.

SCHOLIE.

Il peut arriver que du point A on n'appercevra pas le point B; dans ce cas, après avoir prolongé la ligne jusqu'à un point quelconque, comme en F, d'où l'on puisse appercevoir le point B & le point A, on placera sur le point F, soit la boussole, soit le récipiangle, & on dressera une des alidades vers le point A, de maniere que vous l'apperceviez au travers des deux pinnules; puis, sans remuer l'alidade, vous vous tournerez de l'autre côté, & vous ferez placer le signal en B, de façon que vous l'apperceviez également au travers des pinnules : en s'y prenant ainsi, on peut prolonger une ligne quelconque à telle distance qu'on voudra, même au travers d'une chaîne de montagnes.

PROBLEME III.

Sur un point quelconque A de la méridienne AB, tirer une ligne qui fasse, avec cette méridienne, un angle donné, ou qui ait une direction donnée.

SOLUTION.

Soit proposé de tirer du point A une

ligne AD, qui faſſe, ſur la méridienne AB, un angle de 120 degrés, ou qui aille par les 8 heures.

Placez au point A le récipiangle, & dirigez ſes pinnules; fixez ſur la méridienne AB, puis tournez l'alidade juſqu'à ce que l'index ſoit préciſément au 120e. degré; viſez au travers des pinnules de l'alidade vers D, & faites planter des ſignaux GH le long de la ligne viſuelle; ce ſera la ligne propoſée.

Probleme IV.

Sur un point quelconque H *de la ligne* AD, (fig. 26.) *tirer une ligne parallele* HI, *à la méridienne* AB.

Solution.

Toute ligne HC qui fera, ſur la ligne AD du même côté, un angle égal à celui que la ligne AD fait avec la méridienne AB, eſt parallele à cette ligne; ainſi étant prévenu que la ligne AB fait, avec la méridienne AB, un angle de 120 degrés du côté du nord, il ne s'agit que de placer le récipiangle au point H, de diriger les pinnules fixes ſur la ligne AD, & tourner enſuite l'alidade vers C, juſ-

qu'à ce que l'index marque 120 degrés ; alors la ligne HC, qu'on marquera par des piquets de distance en distance, sera parallele à la méridienne AB, puisque ces deux lignes forment les mêmes angles sur une troisieme AD.

PROBLEME V.

Tracer une méridienne sur un point qui n'est point éclairé par le soleil.

SOLUTION.

Toute ligne parallele à une méridienne quelconque, peut être regardée comme une méridienne, pourvu qu'elle n'excéde pas la longueur de 5 à 600 toises, parce que la différence qui se trouve dans cette longueur, n'est pas sensible, & peut être regardée comme nulle.

Soit proposé de tracer une méridienne sur le point I *(fig. 26)* dans un vallon qui n'est point éclairé par le soleil. Choisissez, le plus proche qu'il vous sera possible du point I, un endroit où vous puissiez tracer une méridienne, par le problême premier de ce Chapitre; ensuite, par le problême second & troisieme, tracez une ligne parallele à cette méridienne, qui

passe par le point I; cette derniere ligne sera la méridienne cherchée : on se sert ordinairement de la boussole dans ce dernier cas, mais on s'expose à des erreurs, si on n'est point instruit de la déclinaison de l'aiguille aimantée dans l'endroit où l'on opére. On a, par ce moyen, une méthode générale pour se procurer une méridienne dans quelque endroit que ce soit, à l'exception des travaux souterrains.

PROBLEME VI.

Connoître la déclinaison de l'aiguille dans un endroit quelconque.

SOLUTION.

Tracez sur la petite planche *(fig. 27)* la méridienne L A O, par la méthode que nous avons expliquée au probléme premier de ce Chapitre ; ensuite appliquez bien exactement sur la ligne L O, le côté de l'alidade de votre boussole, construite comme nous l'avons enseigné ; laissez ensuite fixer votre aiguille, & examinez à quel degré & à quelle distance du méridien elle s'est fixée, & notez-le sur le papier : faites la même opération à trois,

à

à quatre reprises pendant la journée, & ayez soin de noter le point où elle se fixe à chaque observation; car il est rare qu'elle se fixe au même point à chaque heure du jour.

Vous répéterez les mêmes opérations le lendemain ; & prenez un point moyen entre tous ceux ou l'aiguille s'est arrêtée, que vous noterez sur un petit papier qu'on colle sur l'angle de la boussole du côté qu'elle décline, comme on voit en A *(fig. 6, pl. II)*.

Nous observerons ici que la déclinaison de l'aiguille aimantée change sensiblement d'année en année, & que cette variation peut aller jusqu'à 15 & 20 min. sur-tout vers le nord de la France; elle devient plus considérable, à mesure qu'on s'avance vers le nord & au contraire : c'est pourquoi il est bon d'examiner, chaque année la variation de l'aiguille, afin de changer la note qu'on place sur la boussole ; & il faut bien se garder de s'en tenir à la note que les constructeurs de boussole placent communément & fort mal à propos sur leurs boussoles, parce qu'outre les variations annuelles, on ne doit pas s'imaginer que la déclinaison de l'aiguille soit la même aux Mines de Bay-

gori dans le Bearn, & à Ste. Marie aux Mines, en Alſace, à Paris & à Vienne en Autriche. D'après toutes ces obſervations, ſoit le problême ſuivant.

PROBLEME VII.

Tracer une méridienne par le moyen de la bouſſole.

SOLUTION.

Placez votre bouſſole bien de niveau, & lorſque l'aiguille ſera fixe, tournez doucement la bouſſole, juſqu'à ce que l'aiguille ſoit fixe au point noté pour ſa déclinaiſon; alors la ligne qui paſſe par les points de douze heures, ou mieux encore la ligne qui paſſe par les pinnules de l'alidade, ſera ſenſiblement la méridienne du lieu de l'obſervation.

PROBLEME. VIII.

Meſurer la longueur d'une galerie, & connoître ſa direction générale.

SOLUTION.

On appelle galerie ou *ſtol*, l'eſpece de corridor par où on entre dans les Mines,

& par lequel on en tire les minéraux & les décombres.

Soit proposé de mesurer la longueur & les contours de la galerie AB (*fig.* 29), & de connoître sa direction générale AG.

On peut faire cette opération avec la boussole ou avec le récipiangle. Nous supposerons d'abord ici qu'on se sert de la boussole ; dans ce cas, il faut toujours supposer que la pointe de l'aiguille se dirige vers le vrai méridien, sauf à corriger sa déclinaison, comme nous le dirons ci-après.

Avant que de commencer votre opération, ayez une feuille de papier sur laquelle vous tirerez une ou plusieurs lignes, comme AB (*fig.* 28), & vous croiserez ces lignes par des perpendiculaires C. D. E. F. &c., & vous numéroterez ces dernieres lignes par 1. 2. 3. 4. &c., comme on voit dans la figure, afin d'y noter les angles & les longueurs de chaque contour, comme on dira bientôt. Cela fait, placez votre boussole à l'entrée de la galerie au point A, & faites porter une lumiere en C, puis dirigez l'alidade de la boussole vers C, jusqu'à ce que vous apperceviez la lumiere au travers des pinnules ; pour lors l'aiguille de la bous-

ſole vous marquera le nombre de degrés, ou l'angle que la ligne AC fait avec la méridienne HI du côté du nord, ainſi que l'heure de la direction de cette ligne, parce que c'eſt toujours de la pointe nord de l'aiguille qu'on compte la valeur des angles.

Les Allemands comptent par heures & par minutes ; mais il eſt beaucoup plus commode & plus exact de compter par degrés, ſauf à les convertir enſuite en heures.

Maintenant ſuppoſons que l'angle que vous avez trouvé au point A ſoit de 108 degrés, c'eſt-à-dire que l'aiguille ſe ſoit fixée au 108e. degré ; comme cet angle ſe trouve à droite en entrant dans la galerie, vous le marquerez à la droite ſur votre ligne de reperes tracées ſur le papier au bout d'un petit trait, comme vous voyez en A (*fig.* 28).

En termes des Mines, au lieu de marquer 108 degrés, comme nous avons fait, on auroit marqué VI heures 4 $\frac{1}{2}$ minutes, parce que 108 degrés répondent exactement à 6 heures 4 minutes & demie ; mais, nous le répétons, il eſt beaucoup mieux de prendre les angles par degrés.

Cela fait, vous meſurerez la ligne AC que nous ſuppoſerons de huit toiſes deux pieds, que vous noterez, comme on voit en A, ſur la ligne capitale AB; enſuite vous porterez la bouſſole au point C, qu'on a dû marquer par un plomb; & ayant dirigé l'alidade vers D, juſqu'à ce que vous apperceviez la lumiere que vous faites porter à ce point, l'aiguille vous marquera, comme auparavant, l'angle que la ligne CD fait avec la méridienne, que nous ſuppoſons de 69 deg. 30 min.; & comme cet angle ſe trouve à la gauche, vous le noterez à la gauche de la ligne AB des reperes, comme en C, & après avoir meſuré la diſtance CD, que nous ſuppoſons de 7 toiſes 4 pouces, vous les noterez ſur la ligne, puis vous porterez votre bouſſole en D, où vous ferez la même opération; & comme ici l'angle ſuppoſé de 119 deg. 45 min. eſt à droite, vous le noterez à droite de la ligne des reperes, & vous portez ſur cette ligne la diſtance DE ſuppoſée de 11 toiſes; vous porterez enſuite votre bouſſole en E, & vous prendrez de la même maniere l'angle E à gauche, ſuppoſé de 55 degrés, que vous noterez à gauche de la ligne de reperes, & y no-

terez la diſtance EF ſuppoſée de 10 toiſes 3 pieds ; vous en ferez autant en F, en notant à gauche l'angle F ſuppoſé de 88 degrés, & la diſtance FC ſuppoſée de 4 toiſes, & ainſi de ſuite : ſi la galerie ſe trouve avoir plus de longueur, ſi au lieu de bouſſole vous vous ſervez de graſometre ou récipiangle, vous prendrez ces meſures de la maniere que nous l'avons expliqué fort au long dans le quatrieme Chapitre de la deuxieme partie de cet Ouvrage, en parlant de l'uſage du récipiangle ; & il ſeroit ſuperflu de répéter ici les mêmes termes.

Ayant meſuré la galerie AB (*fig.* 29) de la maniere que nous l'avons expoſé ci-deſſus, il s'agit, 1°. de ſavoir combien il y a de toiſes d'ouvrage, 2°. d'en dreſſer le plan, 3°. de connoître la longueur de la galerie en ligne droite, & enfin de connoître ſa direction générale.

Quant au nombre de toiſes d'ouvrage, il ne faut qu'additionner les nombres de toiſes & de pieds que vous avez notés ſur votre ligne de repere, la ſomme ſera la longueur de la galerie dans ſes contours, ou le nombre de toiſes de travail qu'on y a fait en la perçant.

Pour dreſſer un plan de votre galerie,

ayez une feuille de papier bien unie & de grandeur convenable ; à une de ſes extrêmités, tirez la ligne B O (*fig.* 30, *pl. IV*) que vous regarderez comme le méridien de la bouſſole; ayez devant vous votre ligne de reperes (*fig.* 28) au point A de la ligne B O; tirez la ligne A C, qui faſſe avec la ligne B O un angle de 108 degrés depuis B juſqu'à C, ainſi qu'il eſt noté ſur la ligne de reperes, ce que vous exécuterez de cette maniere: placez le centre d'un rapporteur de corne ſur le point A, de maniere que ſon diametre ſe trouve exactement ſur la ligne B O, puis comptez ſur le limbe 108 degrés, & ponctuez ſur le papier le point qui répond au 108e. degré; du point A tirez une ligne ſur ce point, & ſur cette ligne portez 8 toiſes 2 pieds, diſtance notée de A en C, que vous prendrez ſur votre échelle de réduction, & par là vous aurez votre premiere ſtation A C ſur votre plan. Quant à l'échelle de réduction, je me ſuis toujours ſervi de meſures connues, comme de lignes, de pouces, &c., priſes ſur le pied de roi; lorſque la galerie eſt fort longue, je prends ordinairement deux lignes par toiſes; ſi elle eſt moindre, je prends trois

lignes, quelquefois 6 lignes, à proportion de la longueur des galeries, & autant que je le puis, je fais mes toises de réduction de trois ou de six lignes, afin d'opérer plus exactement, parce qu'alors la demi-ligne ou la ligne fait le pied, & il faudroit ne savoir pas manier un compas, pour se tromper d'une ligne, même d'une demi ligne. Au surplus, si on opéroit dans un pays étranger, il faudroit se conformer aux mesures du lieu: comme toutes les mesures qui se font avec la boussole, se rapportent au méridien de cet instrument, ayant tracé votre premiere ligne A C, il faut, par le point C, tirer une parallele P Q au méridien B O, cette parallele sera le méridien de la boussole au point C; ensuite voyant sur votre ligne des reperes que l'angle en C est de 69 degrés 30 minutes, vous tirerez la ligne C D, qui fasse un pareil angle avec la méridienne P Q, depuis P vers D; & comme vous avez 6 toises de notées de C en D, vous les portez sur la ligne C D; après quoi, par le point D, tirez à la ligne P Q une parallele R S, qui sera la méridienne au point D; & voyant sur la ligne des reperes, que l'angle en D est de 119 deg. 45 min. depuis

R vers E, tirez la ligne DE, qui fasse avec la méridienne RS un angle semblable; puis voyant que le côté DE est de 11 toises, portez-le sur votre ligne; parvenu en E, & par ce point, tirez au méridien RS une parallele TV, qui sera la méridienne au point E; & voyant sur la ligne des reperes que l'angle en E est de 55 degrés, tirez la ligne EF, qui fasse un angle semblable sur la méridienne depuis T vers F; & ayant 10 toises 3 pieds depuis E en F, vous les porterez sur la ligne EF; vous continuerez les mêmes opérations en F & en G, & ainsi de suite, si votre galerie se trouve plus longue: de cette maniere, vous aurez votre galerie exactement tracée sur le papier. Maintenant pour avoir sa longueur en ligne droite & sa direction générale, tirez la ligne AG, & voyez avec le compas sur votre échelle, quelle est cette longueur que vous trouvez ici de 38 toises 4 pieds; ensuite voyez avec le rapporteur au point A, quel est l'angle que cette même ligne AC, fait avec le méridien BO, que vous trouverez de 90 degrés vers l'est, qui sera la direction générale de la galerie.

Il faut observer que toutes les opéra-

tions que vous venez de faire, se rapportent au méridien de la boussole, & que l'aiguille de cet instrument ne se dirige pas vers le point du nord, c'est-à-dire sur le vrai méridien, mais qu'elle décline vers l'ouest d'une quantité plus ou moins grande, suivant les tems & les lieux, comme nous l'avons dit ailleurs. Maintenant pour réduire ces mêmes opérations au vrai méridien sur votre papier, nous supposerons que vous avez observé cette déclinaison par le problême V. de ce Chapitre, & que vous l'avez trouvée de 19 degrés 30 minutes. Cela posé, au point A de votre plan, tirez la ligne MN, qui fasse avec la ligne BO un angle égal à la déclinaison de l'aiguille aimantée, c'est-à dire de 19 deg. 30 min., cette ligne MN sera le vrai méridien; & pour lors la vraie direction générale de votre galerie, que vous avez trouvée ci-dessus de 90 degrés vers l'est, sera moindre de 19 degrés & 30 min., & ne sera que de 70 degrés 30 min. Si vous desirez avoir sous les yeux la direction de chaque contour de la galerie, relativement au vrai méridien MN, tirez sur chaque angle C D E F, &c., les paralleles H 2, I 3, K 4, L 5, &c., qui seront les vrais méridiens à chacun de ces points.

Ainsi on dira, dans le cas présent, que cette galerie décline vers l'est de 70 deg. 30 min.; & pour parler le langage des Mineurs, on dira, cette galerie va par les quatre heures quarante minutes du matin : car dans les Mines on ne connoit point de secondes; aussi négligeons-nous les sept & demie qu'il y a de plus.

Nous ne sommes entrés dans ce détail minutieux, que parce qu'il est de la plus grande conséquence de mesurer ces sortes de galeries d'entrée avec la plus grande attention, attendu que c'est de cette exactitude que dépend celle de nombre d'opérations géométriques qui se présentent dans les travaux souterrains. Nous ajouterons ici, que dans toutes les opérations qu'on exécute avec la boussole, on doit se garder de se servir de lampes de fer; le meilleur est de se servir de bougies, ou de chandelles qu'on tient à la main : car les bougies ne sont pas ordinairement communes dans les mines.

Nous avertirons encore qu'eu égard à la petitesse des instrumens dont on est obligé de faire usage, il est très-difficile d'observer les angles à la lumiere avec la précision requise, sur-tout si c'est au

travers du verre de la boussole, & qu'on ne sauroit y faire trop d'attention. Je me sert, à cette occasion, d'une bonne loupe, pour y voir plus distinctement.

PROBLEME IX.

Trouver sur les côteaux d'une montagne, les points qui correspondent perpendiculairement aux contours, ou à tout autre point donné d'une galerie pratiquée au pied de cette montagne.

SOLUTION.

I. Ce problême renferme deux cas qui exigent chacun une solution particuliere; savoir, lorsque la galerie est pratiquée au pied du côteau de la montagne, comme en A (*fig.* 31, *pl. IV*), ou lorsque la galerie est placée en B vers le bout escarpé de la montagne, & se prolonge au dessous du côteau CD. Nous résoudrons le problême dans l'un & dans l'autre cas.

Lorsque le côteau de la montagne est uni, la solution du problême ne demande que de l'intelligence & de l'exactitude; mais lorsque le côteau est rempli d'éminences & de ravins qui le rendent inégal, cette opération est une des plus difficiles de la Géométrie Souterraine.

Premier cas.

Suppoſons que la galerie A, placée au pied du côteau C D, ſoit la même que celle que nous avons meſurée, & dont nous avons dreſſé le plan par le problême précédent; car cette opération préliminaire eſt abſolument indiſpenſable pour la ſolution du problême qui nous occupe. Dans cette ſuppoſition, nous nous ſervirons des angles & des meſures notées ſur la ligne des reperes (*fig.* 28). Tout cela poſé, comme l'entrée de la galerie A peut vous empêcher de voir le long du côteau, éloignez-vous de cette entrée d'un couple de toiſes, plus ou moins, vers H, ſur la ligne A C de la figure 29; mais alors, au lieu de prendre le côté A C pour 8 toiſes 2 pieds, comme il eſt noté ſur la ligne des reperes, il faut y ajouter les deux toiſes, plus ou moins, dont vous l'avez prolongé en vous éloignant de l'entrée de la galerie. Ainſi vous ſavez déjà que le point C de votre galerie eſt éloigné de vous de 10 toiſes 2 pieds, & que la ligne H C fait un angle à droite de 108 degrés notés ſur la ligne des reperes. Placez votre bouſſole au

point H, & tournez-la jusqu'à ce que l'aiguille marque 108 degrés; après quoi élevez son alidade vers un point quelconque x d'environ 12 toises de distance, un peu plus ou un peu moins, car cela n'y fait rien; plantez un piquet au point x, cette ligne H x sera sur la même direction que la ligne A C de la figure 29, & par conséquent le point correspondant que vous cherchez sur le côteau de la montagne, se trouve sur cette ligne; ôtez alors votre boussole du point H, après avoir marqué l'aplomb de son centre, & placez-y votre demi-cercle de maniere que son centre soit sur le même aplomb, & dirigez ses alidades vers le piquet x sur le côteau; examinez l'angle de hauteur que le piquet vous donne sur le demi cercle, & notez cet angle sur le papier, que nous supposerons de 32 degrés, & par là vous avez un triangle rectangle vertical dont vous connoissez la direction, & dont l'angle droit est au point C dans la galerie.

Dans ce triangle, vous connoissez l'angle droit, l'angle aigu en H 32 degrés, & le côté HC 10 toises 2 pieds; tracez ce triangle sur le papier, car la vue des figures aide beaucoup aux opérations,

comme ici (*fig.* 32, *pl. V*), en marquant chaque angle de leur lettre ; puis pour ſavoir la diſtance ou la longueur H *x*, il faut d'abord connoître l'angle *x*, ce qui eſt aiſé, car ayant l'angle C droit, l'angle *x* ſera le complément de l'angle H de 32 degrés, & ſera par conſéquent de 58 degrés ; cela fait, achevez la réduction du triangle par l'analogie ſuivante.

Le logarithme ſinus *x* 58 deg.
Au log. HC . . . . . 10 toiſes 2 pieds ;
Ainſi le log. ſinus *h* 32 deg.
Au log. du côté *x c* 6 toiſ. 2 pieds ½.

Ce qui vous donne d'abord la perpendiculaire *x c* de 6 toiſes 2 pieds ½. Maintenant pour avoir l'hypoténuſe ou la diſtance H *x*, faites cette analogie :

Logarithme ſinus H . . . . 32 deg.
Au log. du côté *x c* . . . 6 toiſ. 2 pi. ½ ;
Ainſi le ſinus total
Au log. du côté H *x* . . . 12 toiſ. 1 pied.

Mais vous aviez planté votre piquet *x* à 12 toiſes de diſtance du point H, & le calcul vous donne 12 toiſes & 1 pied ; vous l'avez donc placé trop près d'un pied ; donc il faut l'éloigner de plus

ſur la même direction : je dis alors que le point x, éloigné d'un pied ſous le même angle & la même direction, correſpond perpendiculairement au point C de la galerie, puiſqu'il eſt placé ſur la même direction, & qu'il fait un angle droit avec la ligne AC. Pour avoir enſuite la hauteur du point x, au deſſus du point C, placé au fond de la galerie que nous ſupposons de niveau, il faut ajouter aux 6 toiſes 2 pieds & demi, que vous avez trouvées pour le côté x C : la hauteur où ſe trouve le centre de votre demi-cercle au deſſus de terre, que nous ſuppoſons de trois pieds & demi, & la hauteur totale, depuis x juſqu'au ſol de la galerie, ſera de ſept toiſes.

Maintenant pour avoir ſur le côteau un point correſpondant au point D de la galerie, placez votre bouſſole au point x, & prenez la direction du côté CD de la galerie, qui eſt de 69 deg. 30 min. en tournant doucement la bouſſole juſqu'à ce qu'elle s'arrête au 69e. degré 30 min. ; puis avec l'alidade placez ſur la ligne des pinnules un piquet vers u ; & comme ce côté de la galerie n'a que 7 toiſes 4 pieds, placez le piquet u à environ huit toiſes. La ligne x u aura la même direction que le

le côté de la galerie, & conséquemment le point cherché sera sur cette ligne. Otez alors la boussole de dessus son pied, & placez-y le demi-cercle avec lequel vous prendrez l'angle de hauteur depuis le niveau du point *x*, que nous supposerons de 35 degrés 30 minutes, que vous noterez; cette opération vous donne un triangle rectangle vertical *x* D *u* (*fig.* 33, *pl. V.*) sur le côté CD de votre galerie. Dans ce triangle, vous connoissez l'angle droit, l'angle aigu *x* 35 degrés 30 minutes, & le côté *x* D 7 toises 4 pieds; en faisant la réduction de ce triangle par les méthodes si souvent expliquées, vous aurez le côté D *u* de 3 toises 5 pieds, & le côté *u x* de 8 toises un pied & demi; & comme vous avez placé le piquet *u* à huit toises, & que le calcul vous donne un pied & demi de plus, vous le reculerez, sur la même ligne, d'un pied & demi, & pour lors le point *u* sera perpendiculaire au point D de la galerie.

A l'égard de la hauteur du point *u*, il faut ajouter aux 3 toises 5 pieds la hauteur de l'instrument supposée de 3 pieds; vous aurez 4 toises 2 pieds qu'il faut ajouter à 7 toises de hauteur du point *x*, ce

qui vous donnera 10 toises 5 pieds de hauteur depuis le point *u* jusqu'au sol de la galerie au point D. On opérera de la même maniere aux points E F G, &c., & on aura par là, sur le côteau de la montagne, les points correspondans à ces mêmes points.

Nota. Nous observerons ici, une fois pour toutes, que dans ces opérations il faut toujours mettre un signal au piquet qu'on fait planter devant soi, qui soit à la hauteur de l'instrument avec lequel on opére, sans cela on risque de prendre les angles trop petits, sur-tout lorsque les distances sont courtes, & alors on est dispensé de retrancher ni d'ajouter la hauteur de l'instrument.

Second cas.

Il s'agit maintenant de résoudre le même problême, dans le cas où la même galerie seroit placée au pied de la montagne du côté escarpé en B, & qu'elle se prolonge le long des roches & des ravins B*gh*. Nous devons prévenir ici que la justesse des opérations dont nous allons rendre compte, dépend de l'exactitude avec laquelle vous aurez levé le plan de

la galerie, parce qu'ici nous ne pouvons pas employer la méthode dont nous nous sommes servis dans le premier cas, à cause que nous supposons que les roches & les ravins ne nous permettent pas de viser aux différens points que forment les contours de la galerie pour en avoir les côtés correspondans, & qui, comme on a pu voir ci-dessus, sont autant d'hypoténuses dont les côtés de la galerie forment la base.

Par la méthode que nous allons décrire, & qu'on doit toujours préférer lorsqu'on est assuré de l'exactitude de son plan, on peut indifféremment prendre tel point correspondant qu'on voudra, sans s'assujettir à prendre tous les contours de la galerie, les uns après les autres, comme nous avons fait dans le cas précédent: ainsi l'exemple que nous allons donner d'un seul point, servira pour tous les autres; & afin de différencier ces exemples, nous supposerons la longueur de la galerie beaucoup plus forte que celle que nous avons supposée ci-dessus, sans changer les angles ni le nombre de côtés.

Tout cela établi, supposons qu'il faille trouver au travers des roches & des ra-

vins B *g h* (*fig.* 31) un point qui soit perpendiculaire au point X, sur le côté EF de la galerie (*fig.* 30) pratiquée au pied de cette montagne, du point A, qui représente l'entrée de la galerie B. Tirez la ligne AX, ensuite avec le rapporteur examinez l'angle que cette ligne fait avec le méridien de la boussole BO, que nous supposons de 99 degrés que vous noterez; ensuite, avec le compas, prenez la longueur AX, & la portez sur votre échelle, supposons qu'elle vous donne 250 toises; vous aurez par là, 1°. la déclinaison de la ligne dans la montagne sur laquelle se trouve le point cherché; 2°. la base d'un triangle dont il faut chercher les autres côtés. Cela fait, placez votre boussole devant la galerie en B, tournez-la doucement, jusqu'à ce que l'aiguille marque 99 degrés du côté du nord, qui est la déclinaison du point *x*; ensuite élevez l'alidade pour voir au travers des pinnules le long du côteau de la montagne, & faites planter sur la ligne de vue autant de piquet que le local pourra le permettre, & sur-tout sur les points où la ligne de vue rase le terrain (il faut même marquer ces derniers avec une marque particuliere); & comme vous

ſavez que le point de la galerie auquel vous cherchez un perpendiculaire, eſt à 250 toiſes de diſtance en ligne droite de l'entrée de la galerie, il faut planter des piquets juſqu'à une cinquantaine de toiſes en de-là, autant que la vue vous permettra d'en juger.

Si une roche ou une éminence arrêtoit votre vue & vous empêchoit de voir auſſi loin que vous le jugez néceſſaire, il faudroit, en ce cas, y tranſporter la bouſſole, & prendre le même angle de 99 degrés pour y continuer votre alignement, en y plantant des piquets ; mais il faut avoir ſoin de marquer les points où ſe trouve le centre de la bouſſole, parce qu'il vous y faudra revenir.

Votre ligne de direction étant tracée par des piquets le long de la montagne, il faut placer le demi-cercle à l'entrée de la galerie, au même point où étoit le centre de la bouſſole, & prendre l'angle vertical au dernier piquet que le terrain vous permet de voir, que nous ſupposerons ici de 33 degrés que vous noterez.

Après quoi tracez ſur le papier un triangle rectangle (*fig.* 34, *pl. V*) dont le côté BX ſera la diſtance du point X à

l'entrée B de la galerie 250 toises : l'angle X est droit, l'angle B est de 33 degrés ; & par conséquent l'angle *h* sera de 57 degrés. Faites la réduction de ces triangles par les méthodes indiquées, & vous aurez pour le côté *h* X 160 toises 3 pieds, & pour le côté B *h* 294 toises 5 pieds. Ce calcul vous fait déjà connoître que le point que vous cherchez se trouve sur votre ligne de direction marquée par des piquets à 294 toises 5 pieds de distance, en ligne droite du point d'entrée B de la galerie ; & si le hasard a voulu que vous ayez apperçu ce point sur le terrain en prenant votre ligne de direction, il se trouvera précisément à 163 toises 3 pieds au dessus du sol de la galerie au point X ; mais si vous ne l'avez pas apperçu, il peut se trouver plus haut ou plus bas que le calcul nous l'a donné, comme nous verrons bientôt.

Il s'agit maintenant de mesurer sur votre ligne de direction la longueur en ligne droite de 294 toises 5 pieds, ce qui ne vous sera pas possible de faire avec la chaîne, à cause des roches, des ravins, des broussailles, & mille autres obstacles que nous supposons s'y trouver, & qui réellement s'y trouvent pour l'ordi-

naire : j'en parle par expérience. Il faut donc chercher un autre moyen ; pour cet effet, cherchez au pied de la montagne, quelque part, un point M, d'où vous puissiez appercevoir le point B de l'entrée de la galerie où vous avez pris votre ligne de direction B *g h*, & voir en même tems la plûpart des piquets que vous avez placés sur cette derniere ligne ; cela fait, prenez l'angle que la ligne B M fait avec la ligne de direction B *g h*, que nous supposerons de 42 degrés ; après quoi mesurez exactement la ligne B M que nous supposons de 80 toises : tout cela noté, tracez à volonté sur un papier le triangle B M *h* (*fig.* 35) dont la ligne B *h* représentera la ligne de direction B *g h*, & la distance du point cherché 294 toises 5 pieds supposée en *h* ; le côté B M sera la base de 80 toises, l'angle B de 42 degrés. Dans ce triangle, vous connoissez les deux côtés B M B *h*, & l'angle compris B. Faites la résolution de ce triangle, pour avoir l'angle M, parce que c'est cet angle qui vous donnera le vrai lieu du point cherché sur la ligne B *h*. Faites la résolution de ce triangle par le problême III du Chapitre IV, & vous trouverez que l'angle *h* est de 12 degrés 56 minu-

tes, & l'angle M de 125 deg. 4 minutes.

D'après ce calcul, vous êtes assuré que toute ligne visuelle qui fait au point M un angle de 125 degrés 4 minutes avec la ligne MB, coupe votre ligne de direction B *h* à 294 toises 5 pieds de distance en ligne droite du point B : ce qui n'a pas besoin de démonstration, puisque c'est cette distance qui donne l'angle M.

Connoissant l'angle M, placez votre récipiangle au point M, & sur la ligne BM, prenez un angle de 125 degrés 4 minutes, & au moyen du genou, dirigez les pinnules de l'alidade vers les piquets plantés le long de la ligne de direction BH ; si la ligne de vue passe par un de ces piquets, ou très-proche, vous ferez avancer ou réculer ce piquet, jusqu'à ce que vous l'apperceviez au travers des pinnules ; si au contraire elle passe entre deux piquets, que nous supposons plantés à environ dix toises les uns des autres, il faut tendre un cordeau de l'un de ces piquets à l'autre, & faire glisser un papier le long de ce cordeau, jusqu'à ce que vous l'apperceviez au travers des pinnules : faites planter un piquet de marque au point où se trouve le papier, qui sera le point que vous cherchez.

Il peut arriver que l'endroit où la ligne visuelle M*h* coupe la ligne de direction entre deux piquets, entre lesquels il y ait un ravin profond ou un précipice de 25 à 30 toises de large, plus ou moins, où vous ne puissiez pas tendre un cordeau, & encore moins y faire glisser un signal; dans ce cas, voici le parti qu'il y a à prendre.

Supposons que votre ligne de vue M*h*, au lieu de passer par le piquet *h* (*fig.* 35, *pl.* V) ou par le piquet *f*, passe par le point *d* entre ces deux piquets, & au dessus du ravin *f p h*; supposons en même tems qu'il y ait 30 toises au moins de distance entre les piquets *f h*: il s'agit alors de trouver au fond du ravin le point P, auquel le point *d* en l'air est perpendiculaire; c'est-à-dire le point *p* de la ligne qui tombe perpendiculairement depuis *d* sur le point X de la galerie: voici la maniere d'y parvenir.

Il faut d'abord choisir entre les deux piquets *f h*, celui du côté duquel le ravin est plus praticable, comme ici le piquet *f*; ensuite, du point M, au lieu de prendre l'angle de 125 degrés 4 min. que vous avez trouvé par le calcul, & que vous devez noter, il faut diriger

l'alidade du récipiangle vers le piquet *f*, & prendre l'angle qu'il vous donnera, qui sera moindre que le premier, que nous supposons ici de 120 degrés; ce qui vous donnera un second triangle B *f* M, dans lequel vous connoissez deux angles & un côté; savoir, l'angle B de 42 degrés ci-dessus, l'angle M de 120 degrés, & le côté BM de 80 toises. Faites la réduction de ce triangle par le problême du Chapitre IV, pour avoir le côté B *f* qui se trouvera de 274 toises, qui sera la distance en ligne droite du piquet *f* au point ou à l'entrée de la galerie B. Si vous ôtez ce nombre de toises des 294 5 pieds, distance du point *d* au même point B, il vous restera 20 toises 5 pieds depuis le piquet *f* au point *d*. Du point *f* prenez avec le demi-cercle une ligne indéfinie qui se termine en P au fond du ravin, & qui fasse avec la ligne *f h* un angle quelconque, que nous supposerons de 46 degrés. Or nous avons vu ci-devant que la perpendiculaire ou la ligne d'aplomb fait, sur la ligne de direction B *f h*, un angle de 57 degrés, qui sera le même en *d*, puisqu'il est sur la même ligne, & par conséquent l'angle en P sera de 77 degrés; ce qui vous donnera le triangle

f d p, dont vous connoissez les angles & le côté *f d*, 20 toises 5 pieds ; pour avoir maintenant le point *p*, où tombe la ligne *dp*, faites cette analogie.

Le sinus de l'angle *p* : 77 degrés :
Au côté *f d* 20 toises 5 pieds : :
Le sinus de l'angle *d* 57 degrés :
Au côté *f p* que vous trouverez de 17 toises 5 pieds ½.

Prenez ensuite ces 17 toises 5 pieds ½ sur la ligne *fp* le long du ravin, & vous aurez le point P que vous cherchez au fond du ravin, & qui sera perpendiculaire au point X de la galerie *C Q F F*.

SCHOLIE.

Nous avons observé ci-devant, qu'en prenant votre ligne de direction B*h* (*fig.* 35, *pl. V*), il peut se rencontrer des rochers ou des hauteurs *g* qui vous empêchent de voir le point *h*, & par conséquent de prendre l'angle vertical que ce dernier point fait avec l'horisontale BX; ce qui est pourtant indispensablement nécessaire, pour trouver le point *h* ou *d* perpendiculaire à X. Voici la maniere de vous y prendre.

Commencez par prendre l'angle vertical que fait le point *g* avec l'horisontale B X, que nous supposerons de 40 degrés. Du point *g* abaissez la perpendiculaire *g o*, qui est censée tomber perpendiculairement sur la ligne de direction dans l'intérieur de la montagne au point O, ce qui donnera le triangle B G O, dont il faut trouver tous les côtés; car l'angle O étant droit, & l'angle B de 40 degrés, l'angle *g* sera de 50 deg. Mais cela ne suffit pas pour connoître les côtés; & comme les côtés B O. *g o* sont censés dans l'intérieur de la montagne, il n'y a que l'hypoténuse du côté B *g*, dont on puisse chercher la valeur pour avoir celle des autres; ce que vous exécuterez de cette maniere: Tirez à volonté la base B N de 50 toises de longueur, plus ou moins, suivant la commodité, & qui fasse avec la ligne de direction un angle à volonté, que nous supposons de 40 degrés. Du point N dirigez votre instrument vers *g*, pour prendre l'angle *g* N B, que nous supposons de 130 degrés; ce qui vous donnera le triangle B N G, dans lequel vous connoissez deux angles B de 40 degrés, N de 130 degrés, & par conséquent *g* de 10 degrés, & le côté B N de

50 toises que vous résoudrez, & vous aurez le côté B*g* de 220 toises 4 pieds.

Ce côté est l'hypoténuse du triangle BO*g*, dont vous connoissez les angles ci-dessus; & après en avoir fait la résolution, vous aurez pour le côté BO 168 toises 5 pieds, & pour le côté *go* 141 toises 5 pieds.

Or, puisque le point O est à 168 toises 5 pieds de distance du point B, il ne sera plus éloigné que de 81 toises un pied du point X, que nous avons établi à 250 toises de distance du point B. Cela fait, au point *g* prenez la ligne horisontale *gq*, de maniere qu'elle passe par la ligne de direction *fh*. Il est constant que si le terrain vous permet de prendre sur cette ligne *gq* 81 toises un pied *gr*, vous aurez le point cherché *mr*, parce que cette ligne est tout à la fois perpendiculaire, parallele & égale à la ligne OX; mais si l'extrémité de la ligne tomboit au milieu du ravin *fph*, il faudroit d'abord mesurer sur cette ligne la distance *qf*, ou par les points d'un triangle établi sur cette distance, que nous supposerons de 75 toises 4 pieds; il vous restera 5 toises 3 pieds qui anticiperont sur le ravin, & qui formeront la base d'un trian-

gle rectangle *frp*, dans lequel la baſe *fr* a 5 toiſes 3 pieds ; l'angle *r* eſt droit, l'angle *f* eſt ſuppoſé trouvé de 38 degrés ; ce qui vous donnera le point *p*, qui eſt le point cherché, & qui ſera perpendiculaire au point X. *C. Q. F. F.*

On peut obſerver par les nombreuſes opérations que peut exiger la ſolution du problême que nous venons de réſoudre, combien il eſt important de ſe rendre familiers les calculs de trigonométrie rectiligne, & combien il eſt à propos de ſavoir prendre des baſes hors d'œuvre, pour meſurer une ligne que les inégalités du terrain ne vous permettent pas de meſurer avec la chaîne ; nous dirons plus : c'eſt que lorſqu'on a des bons inſtrumens pour prendre les angles avec exactitude, le calcul eſt toujours préférable aux meſures actuelles.

PROBLEME IX.

Niveler un terrain quelconque.

Niveler un terrain, c'eſt meſurer de combien un endroit de ce terrain eſt plus élevé qu'un autre.

Il y a deux manieres de niveler un ter-

rain. La premiere ſe fait par le calcul de la trigonométrie rectiligne, en prenant des angles verticaux qui ſont toujours rectangles, & dont on doit toujours connoître & meſurer l'hypoténuſe pour avoir les autres côtés.

La ſeconde maniere de niveler, ſe fait avec un inſtrument qu'on appelle niveau. Il y en a de pluſieurs ſortes; mais dans les travaux des mines, on ne ſe ſert guères que du demi-cercle.

SOLUTION.

Soit propoſé de niveler le terrain ABC (*fig.* 36, *pl. V*). Pour faire commodément cette opération, on doit avoir une règle de 8 à 10 pieds évidée ſur toute ſa longueur. On place dans cette échancrure une autre règle de même longueur, qu'on fait gliſſer le long de la renure; on nomme la premiere la règle fixe, la ſeconde la règle mobile, parce qu'elle ſe hauſſe ou ſe baiſſe le long de la premiere. La règle mobile eſt percée d'une petite fente ſur toute ſa longueur, à l'exception de trois pouces à chacune de ſes extrêmités; on fait gliſſer le long de cette fente un bouton de cuivre ſur lequel on a ſoudé une petite plaque de fer blanc

quarrée, & peinte en dehors pour servir de point de mire, & l'on place cette plaque en la faisant couler le long de la fente, plus ou moins haut, suivant la pente du terrain, qu'on se propose de niveler : de cette maniere, on peut prendre une hauteur de 15 à 18 pieds à chaque station ou à chaque coup de niveau, parce qu'on souleve la règle mobile avec la pointe d'un bâton, lorsqu'on ne peut plus y atteindre avec la main; ce qui est fort commode dans les terrains rapides.

La règle fixe est seulement divisée par pieds, la mobile est divisée par pieds, pouces & lignes; & l'on a toujours soin de placer le bord supérieur de la plaque sur une division de pied. Les numéros des divisions de la règle fixe se comptent de bas en haut, ceux de la règle mobile se comptent de haut en bas, parce qu'alors il n'y a qu'à joindre la somme des deux nombres pour savoir la hauteur du niveau.

Nous observerons ici, que lorsqu'on nivelle de bas en haut, comme du pied d'une montagne à son sommet, le Géometre doit aller en avant, & laisser son point de mire en arriere, & que ce doit être tout le contraire, en nivelant de haut en bas, où l'on doit toujours faire

précéder

précéder le point de mire, ou l'homme qui porte la règle.

Maintenant pour procéder au nivellement du terrain proposé, ou tout autre, placez votre règle en A, & portez votre demi-cercle en *d*, tournez les alidades vers la règle ; ensuite disposez le demi-cercle de maniere que la soie qui porte le plomb se trouve exactement sur la division des degrés marqué o. Faites alors hausser ou baisser le point de mire, jusqu'à ce que vous apperceviez le bord supérieur au travers des pinnules, comptez alors sur vos règles la hauteur en pieds, pouces & lignes où se trouve le bord supérieur de la plaque; retranchez de cette somme la hauteur du centre du demi-cercle, le restant sera le nombre de pieds, de pouces & de lignes dont le point *d* est plus élévé que le point A : portez ensuite l'instrument en *e* & la règle en *d*, & répétez la même opération, en observant toujours de diminuer la hauteur du centre de l'instrument de celle du point de mire, & de noter sur le papier les hauteurs trouvées à chaque station, & parvenu au point B, vous additionnez toutes ces hauteurs, dont la somme vous donnera la hauteur du point B, au dessus

du point A, pour ſavoir de combien il eſt au deſſus du point C; placez votre inſtrument en B, & envoyez la règle de mire en *f*; puis, après avoir pris cette hauteur, placez l'inſtrument en *f*, & envoyez la règle en *h*, & ainſi de ſuite, & vous aurez la hauteur que vous cherchez.

Lorſqu'on prend des grands points de niveaux d'un ſeul coup, comme de 12 à 1500 toiſes, on eſt obligé de faire une petite correction à la hauteur trouvée, à cauſe de la convexité du globe terreſtre; mais dans les Mines, ces ſortes d'opérations n'ont guére lieu que dans des montagnes où il n'eſt pas queſtion de ces corrections.

PROBLEME X.

Meſurer la profondeur verticale d'un puits incliné.

SOLUTION.

Soit *x u r* le puits incliné, (*fig.* 35, *planche V.*) dont on veut connoître la profondeur verticale *x t*, ſi le puits a la même inclinaiſon du haut en bas, une

ſeule opération ſuffit. Mais s'il change d'inclinaiſon comme ici, en *u r*, il en faut néceſſairement deux.

Pour cet effet, prenez l'angle que fait la déclinaiſon du puits avec la perpendiculaire *x ſ*, ou bien, avec l'horiſontale *x z*, que nous ſuppoſerons de 30 degrés ſur la perpendiculaire, ou de 60 ſur l'horiſontale ; meſurez exactement la longueur *x u*, que nous évaluerons de 22 toiſes, ce qui vous donnera le triangle rectangle *x u ſ* ſur la perpendiculaire, ou *x u q* ſur l'horiſontale ; dans le triangle *x u ſ*, vous avez l'angle *ſ* droit, l'angle *x* de 30 degrés, & par conſéquent l'angle *u* de 60 degrés, avec le côté *x u* de 22 toiſes dans le triangle *x u q* : vous avez le même côté & l'angle *x* de 60 degrés, & l'angle *u* de 30 degrés. Faites la ſolution de l'un ou de l'autre de ces triangles, & vous aurez la hauteur verticale *x ſ*, ou *q u* de 19 toiſes.

Faites enſuite la même opération ſur le côté *u r*, pour avoir la hauteur *h r*, ou *ſ t*, que nous ſuppoſons de 5 toiſes, que vous ajouterez à 19 toiſes ci-deſſus, & vous aurez 24 toiſes pour la hauteur *x t*, ou *z r*, qui ſera la hauteur verticale du puits. *C. Q. F. F.*

PROBLEME XI.

Lever le plan des travaux ſouterrains d'une mine.

SOLUTION.

Cette opération ne peut guére s'exécuter qu'au moyen du cordeau & de la fauſſe équerre. *(fig. 52 planche II.)* Il faut commencer par meſurer les deux galeries AB, BG, *(fig. 37, planche V.)* qui repréſente la coupe de la montagne au centre de laquelle ſont pratiqués les travaux *b d ſ p*, dont il faut lever le plan. Du point *b*, tendez un cordeau en *d*, & du même point *b*, tendez-en autre en *g*, voyez avec votre fauſſe équerre l'angle que ces deux cordeaux font au point *b* que vous noterez ſur un papier ſur lequel vous tracerez à peu près la figure du plan ; à meſure que vous le meſurez, notez le côté *b g* en meſurant la diſtance *bg* ſur le cordeau que vous pouvez détendre après avoir fait une marque au point *g* ſur lequel vous ſerez obligé de revenir; du point *d* au point *e* tendez un cordeau & prenez l'angle que les deux cordeaux font en *d*, détendez vos cordeaux, & prenez les meſures *b d*,

que vous noterez sur votre brouillon: il faut également noter les petites inégalités qui se trouvent entre les cordeaux & le rocher. Cela fait, tendez le cordeau de *c* en *e* pour mesurer la distance *ce* qu'il faut noter; on mesure ces sortes de distance en passant le cordeau sur une toise graduée, à peu près comme les Marchands mesurent du ruban sur leur aune.

Cela fait, prenez, avec le cordeau, la distance *e* 1, ainsi que l'angle que fait le cordeau *de* avec le cordeau *e* 1: comme c'est ici un ouvrage en échélons, que les Allemands appellent *Stross*, il faut le noter.

Prenez la distance 1 *g* 1 *f* avec les angles 1 *g f*; tendez ensuite votre cordeau sur *f m*, & un autre *m k*; prenez l'angle *m*, ainsi que la longueur des côtés *m f* *m k*; puis tendez vos cordeaux de *k* en *h*, & de *h* en *i*, prenez l'angle *h*, ainsi que la longueur de ses côtés.

Tout cela noté sur votre brouillon, mesurez la profondeur de votre puits souterrain *m n*, en Allemand *hall*, en faisant tomber un cordeau d'à plomb, s'il est perpendiculaire, ou en tendant ce même cordeau le long de sa longueur, s'il est

incliné ; tendez ensuite ce cordeau *o p* en prenant l'angle *o* avec la perpendiculaire du puits, mesurez la ligne *o p* ainsi que son contour en *p*; tendez votre cordeau *p q* & un autre *q r*; mesurez ces deux côtés, & prenez l'angle *q* & en laissant tendu le cordeau *r q* tendez l'autre en *r ſ*; prenez l'angle *r* & la longueur *r ſ*, laissez le cordeau *r ſ* tendu, & tendez l'autre sur *ſ l*; prenez l'angle *ſ* & mesurez le côté *ſ l*, laissez le cordeau *ſ l* tendu, & tendez l'autre sur *l n*, prenez l'angle *l* & mesurez le côté *l n*; de cette maniere, vous aurez tout votre plan tracé sur votre brouillon, il ne s'agit plus que de le mettre au net sur le papier.

Pour cet effet, ayez votre échelle & votre rapporteur; prenez d'abord la longueur A B B*g* de vos galeries, ensuite tracez vos côtés & les angles qui sont entr'eux, tels qu'ils sont notés sur le brouillon, en ponctuant toutes ces lignes. Puis vous finirez votre plan en traçant en dehors de ces lignes les petites inégalités que vous aurez notées sur ce brouillon, & vous aurez le plan proposé. On ne doit point oublier de marquer dans un endroit du plan, ou dans un cartouche

qu'on place au coin de la feuille; 1°. la direction des travaux, 2°. leur inclinaison, c'est-à-dire l'angle qu'ils font avec l'horison, & enfin l'échelle du plan.

On ne sauroit croire combien il est gracieux & utile dans des travaux des mines un peu considérables, d'en avoir un plan exact, outre qu'on voit le progrès du travail, c'est qu'un connoisseur, en observant la configuration extérieure de la montagne, peut en quelque sorte présumer les endroits où l'on peut naturellement espérer de trouver le plus de minéral.

PROBLEME XII.

Une galerie ou un point dans les travaux souterrains d'une montagne étant donné, trouver de l'autre côté de la même montagne un point où l'on puisse percer une galerie qui aille rencontrer la premiere ou le point donné en ligne droite, ainsi que le nombre des toises qu'il y aura à percer.

SOLUTION.

Soit la galerie B*g*, prolongée en *h*,

(*fig.* 37, *planche V.*) ou le point *h* donné dans les travaux souterrains, il s'agit de trouver un point R de l'autre côté de la montagne où l'on puisser percer une galerie qui aille directement en *h*, & de déterminer le nombre des toises de percement qu'il y aura à faire.

Il faut premierement, par le Problême VIII de ce Chapitre, prendre la direction de la galerie ou du point *h*, & sa longueur en ligne droite depuis l'entrée B jusqu'à *h* que nous supposerons de 230 toises 4 pieds; ensuite prendre sur la même direction la longueur en ligne droite des côteaux de la montagne BC CD, ainsi que la hauteur perpendiculaire *ch*, ce que vous exécuterez de cette maniere.

Du point B, prenez une ligne visuelle BC qui ait la même direction sur le méridien de la boussole, que celle de la galerie; faites planter en C un signal à demeure, puis du point B tirez une base quelconque BM de 50 à 60 toises de longueur, plus ou moins, que vous mesurerez exactement; nous la supposerons de 70 toises, parce que plus ces sortes de bases sont longues, plus il est facile d'opérer exactement; mais il faut toujours

diriger cette base de façon que de son extrêmité M, on puisse voir les deux points BC : au point B prenez l'angle que la base BM fait avec la ligne BC, que nous supposerons de 25 degrés ; & du point M prenez l'angle que la ligne visuelle MC fait avec la base MB, que nous supposerons de 147 degrés, ce qui vous donnera le triangle BCM, dans lequel vous connoissez le côté BM 70 toises, l'angle B 25 degrés, & l'angle M de 147 degrés, & l'angle C de 8 degrés ; faites la résolution de ce triangle, & vous aurez pour le côté BC, ou la longueur du côteau de la montagne, 273 toises 3 pieds. Maintenant, pour avoir la hauteur perpendiculaire depuis le point C jusqu'au sol de la galerie, & pour savoir sur quel point de la galerie tombe cette perpendiculaire, il faut prendre l'angle vertical BC*h*, au point B, que nous supposons de 28 degrés, ce qui vous donnera le triangle rectangle B*h*C ; l'angle B étant de 28 degrés, l'angle C, qui est son complément, sera de 62 degrés ; faites la résolution de ce triangle, & vous aurez pour le côté B*h*, 241 toises 5 pieds, & pour le côté C*h*, ou la perpendiculaire C*h*,

128 toises 4 pieds : mais nous avons établi ci-dessus que la distance B*h*, est de 230 toises 4 pieds, donc cette perpendiculaire, tombe en *u* à 11 toises 1 pied au delà du point *h* ; notez toutes ces mesures sur le papier, après quoi vous prendrez la longueur du côteau C D ; pour cet effet, prolongez la ligne de direction de C en G, par les méthodes que nous avons détaillées ; ensuite, si du point C vous pouvez appercevoir le point D, il ne s'agit que de prendre l'angle que la ligne visuelle C D fait avec la perpendiculaire C*u* pour avoir un triangle rectangle C D *u* ; mais il arrive pour l'ordinaire que les sommets des montagnes forment une espèce de convexité C E, plus ou moins irréguliere, qui empêche de voir le point D, & qu'il faut nécessairement mésurer sur la ligne de direction, prolongée pour cet effet.

Soit cette convexité CGE du point C, prolongez la direction depuis C jusqu'au point E, où vous puissiez observer le point D, c'est-à-dire, le pied de la montagne en D. Cela fait, observez l'angle vertical CG & mesurez l'hypoténuse G, pour avoir le triangle rectangle CG*x* que vous resoudrez, & dont nous suposons que

vous trouviez la base Cx de 40 toises, & le côté Gx de 5 toises : prenez ensuite l'angle vertical GE pour avoir le triangle rectangle vertical GFE, mesurez la base GE, & faites la réduction de ce triangle pour avoir la base FE, que nous supposons de 60 toises, & le côté GF de 9 toises; ajoutez la valeur de deux bases Cx 40 toises, & FE 60 toises pour avoir la distance horisontale CE, qui sera de 100 toises. Si maintenant on imagine qu'une ligne d'aplomb ou une perpendiculaire tombe du point E sur la ligne prolongée B$h$$u$R, elle tombera sur cette ligne en y à 100 toises de distance du point u, puisque Cu est un perpendiculaire, & qu'il y a 100 toises de distance de C à E, & par-là y il se trouvera 111 toises 1 pied de distance du point h, & à 341 toises 5 pieds de l'entrée de la galerie en B; & comme la hauteur GF est plus grande que la hauteur Cx de 4 toises, il s'en suit que le point E est plus bas que le point C de 4 toises, & par conséquent la hauteur Ey sera de 124 toises 4 pieds.

Il ne s'agit donc plus que d'avoir le triangle rectangle vertical EyR pour avoir la solution du probléme ; mais, pour cet effet, il faut prendre le trian-

gle rectangle vertical E z D pour déterminer le point R sur l'hypoténuse E D; pour cet effet, cherchez la longueur du côteau C D, au moyen d'une base pratiquée en E ou en D que nous supposerons de 197 toises 3 pieds, prenez l'angle vertical en D ou en E, que nous supposerons de 40 degrés en D, & conséquemment de 50 en E, ce qui vous donnera le triangle rectangle E D Z, dont l'hypothénuse E D, & les angles sont connus, & dont la résolution vous donnera pour la perpendiculaire E Z, 127 toises, & pour le côté Z D 151 toises 2 pieds.

Or nous avons trouvé ci-dessus que la perpendiculaire E y, qui est la même que E Z prolongée, est de 124 toises 4 pieds, & par conséquent le point D se trouve plus bas que le point R de 2 toises 2 pieds, & conséquemment le pied de la montagne en D & plus bas, de 2 toises 2 pieds qu'en B.

Si maintenant vous prenez avec le niveau sur la ligne de direction, la hauteur verticale de 2 toises 2 pieds, depuis D en R, vous aurez le point R proposé par le problême. Il est question maintenant de savoir combien il y a de toises de perce-

ment à faire, qui eſt la ſeconde propoſition du problême. Pour cet effet, vous obſerverez que vous avez le côté E *y* d'un triangle vertical E *y* R, que l'angle *y* eſt droit, & que ſi la ligne E D paſſe par le point R, l'angle R ſera de 40 degrés, & l'angle E de 50 degrés; & dans ce cas vous ferez la réduction du triangle qui vous donnera pour le côté *y* R 148 toiſes 4 pieds.

Si la ligne D E paſſe dans l'air, éloignée de R, il faut prendre ſur le point E l'angle vertical E R pour avoir les angles aigus & faire la réſolution du triangle rectangle E *y* R, comme ci-deſſus, & alors le côté *y* R ſera moindre d'une quantité que vous noterez.

A préſent pour déterminer la longueur du percement, il faut ſe rappeller 1°. que la perpendiculaire C *u* eſt à 11 toiſes 1 pied du point *h*, à l'extrêmité des travaux ou de la galérie B *h*; 2°. que la perpendiculaire E *y* eſt à 100 toiſes du point *u*, ſi vous ajoutez à ces deux quantités le côté *y* R 148 toiſes ou moins, ſi la ligne DE ne paſſe pas par le point R, vous aurez la diſtance *h* R de 259 toiſes 5 pieds, qui eſt la longueur du percement propoſé. *C. Q. F. F.*

Les opérations détaillées ci-dessus sont applicables à tous les autres cas possibles, soit que le point R soit proposé sur la ligne de direction comme ici. Soit qu'il soit proposé à tout autre point de la montagne ; toute la différence qu'il y aura, c'est que les angles peuvent devenir horisontaux au lieu de verticaux.

PROBLEME XIII.

Connoître la distance de deux ou plusieurs travaux, pratiqués dans la même montagne, entre lesquels il n'y a aucune communication.

SOLUTION.

La situation de ces travaux entr'eux peut varier en bien de manieres, qui toutes peuvent se réduire à trois cas différens, 1°. lorsqu'ils sont sur le même filon, les uns au-dessus des autres, ou en avant les uns des autres ; 2°. lorsqu'ils sont sur deux filons perpendiculaires ou inclinés ; 3°. lorsqu'ils se trouvent sur deux filons horisontaux, ou sur un même filon horisontal : il s'agit

de résoudre le problême dans tous ces cas.

PREMIER CAS,

Lorsque les travaux se trouvent sur le même filon.

SOLUTION.

Soit dans la montagne ABD, (*fig.* 38, *planche V.*) les travaux EFG; on demande les distances *d. c.* F *b.* E X.

Du point C prenez l'angle vertical CB, c'est-à-dire, sur la direction du filon, mesurez la distance CB en ligne droite par les méthodes que nous avons expliquées aux deux problêmes précédens. Abaissez la perpendiculaire B*m*, faites la résolution du triangle rectangle B*me*, pour avoir la distance B*m*; prenez ensuite l'angle vertical HB, ainsi que la distance, pour avoir le triangle rectangle B*m*H, faites-en la résolution pour avoir le côté *m*H, ajoutez C*m* à *m*H, la somme vous donnera la base de la montagne CH: mesurez ensuite les longueurs des travaux C*d* HG; ajoutez ces deux

longueurs, retranchez la ſomme de la valeur de la baſe, le reſtant ſera la diſtance de ce qui eſt évident.

Pour la diſtance F *b*, commencez par niveler la hauteur de C en I, pour avoir la diſtance verticale de la galerie C à la galerie I; du point F faites tomber une perpendiculaire ſur la ligne C *d*, en *n* meſurez exactement la diſtance C *n* le long de la galerie C *e* prolongée en *n*, prenez enſuite l'angle CI, vous aurez le triangle C *n* I, dont vous connoiſſez les deux côtés C *n* CI, & l'angle C, & dont la réſolution vous donnera le côté *n* I, ainſi que l'angle *n*; ſi cet angle eſt droit vous épargnerez l'opération ſuivante; mais s'il eſt aigu ou obtus, il faut ſuppoſer une perpendiculaire *no*, ce qui vous donnera un triangle I *no* dans lequel vous connoiſſez l'angle droit O: le côté *no* trouvé par le nivellement, & l'angle *n* qui eſt le complément de l'angle ci-deſſus C *n* I ou C *n*, ainſi la réſolution de ce petit triangle vous donnera le côté I *o*; tout cela fait & noté ſur le papier, meſurez la diſtance *oq*, prenez la hauteur *qb* des travaux, & tirez la parallele *br*, ſur laquelle vous prendrez la diſtance *br* = *qo*.

Enſuite

Enſuite retranchez 1°. de la hauteur *n o*, connue par le nivellement, la hauteur connue *r o* = *q b*, enſuite retranchez encore de la même hauteur *n o* la hauteur *n* F des travaux intérieurs F, il vous reſtera F *r* pour le côté connu du triangle F *r b* rectangle en *r* dont vous connoiſſez également le côté *r b* = *o q* & dont la réſolution vous donnera l'hypoténuſe F *b*, qui eſt la diſtance cherchée.

Il nous reſte maintenant à chercher la diſtance E *x* : pour cet effet, du point H prenez l'angle HB ſur la direction du filon, meſurez enſuite l'hypoténuſe BH, c'eſt-à-dire le côteau de la montagne HB, pour avoir un triangle B *m* H rectangle en *m*, dont la réſolution vous donnera les deux côtés B *m* & *m* H.

Enſuite du point I prenez l'angle IB, & meſurez la diſtance de B en I ſur la direction du filon, ce qui vous donnera le triangle B *u* I rectangle en *u*, & dont la réſolution vous donnera les côtés B *u*, I *u*.

Ajoutez au côté B *u* la hauteur *u* E, & retranchez BE de B *m*; ſur le reſtant E *m* retranchez la hauteur *x* S, ou ſon égale *t m*, le reſtant E *t* ſera un côté con-

nu du triangle E*tx*; pour connoître le côté *tx*, retranchez HS de *hm*, le restant *ſm* = *tx* ſera le côté connu *tx*, & par là vous aurez le triangle E*tx* rectangle en *t*, dont la réſolution vous donnera l'hypoténuſe E*x*, qui eſt la diſtance cherchée. Cette méthode a lieu, ſoit que le filon ſoit perpendiculaire, ſoit qu'il ſoit incliné; mais, dans ce dernier, il faut toujours avoir ſoin de meſurer les côtés CB, HB ſur l'inclinaiſon du filon. Nous ajouterons ici que ſi la montagne étoit de façon qu'on ne pût meſurer ſes côteaux par un ſeul point de vue, il faudroit le faire par pluſieurs triangles, dont les baſes donneroient toujours les côtés I*u*, H*m*, ainſi que la perpendiculaire B*m* d'où dépend toute l'opération.

SECOND CAS.

Lorſque les travaux ſe trouvent ſur deux filons différens dans la même montagne.

SOLUTION.

La figure 39 *(planche V.)* repréſente une partie de la baſe de la montagne dans laquelle les travaux ED de la figure

40 ſe trouvent ſitués. La figure 40 repréſentera une coupe verticale de la même montagne ſur la ligne IK de la figure 39, & où les mêmes travaux DE ſont vus de front.

Cela poſé, ſoit la figure 39 ABC la méridienne ; ſi les travaux, ou plutôt leurs filons, avoient la même direction, ils ſeroient paralleles, & par conſéquent leur diſtance DE ſeroit la même que AB, en ſuppoſant la ligne IK parallele à AB ; mais ſi les filons ont une déclinaiſon différente, il faut chercher la diſtance DE par la méthode ſuivante.

Suppoſons que le filon ADG décline ſur la méridienne AC de 25 degrés à l'eſt, & que le filon BEF décline du même côté de 35 degrés : cela poſé, au point H, ſur le contour de la montagne d'où vous puiſſiez voir les deux points A & B, prenez l'angle AHB ; meſurez les diſtances AHB pour avoir le triangle ABH dont la réſolution vous donnera la baſe AB & les angles A & B.

Du point A prenez l'angle HAD, retranchez de cet angle l'angle trouvé HAB, le reſtant ſera l'angle BAD.

Du point B abaiſſez la perpendiculaire BM, ce qui vous donnera le triangle

AMB reſtangle en M, dans lequel vous connoiſſez l'angle A & l'hypoténuſe A B, & dont la réſolution vous donnera les côtés A M, B M.

Cette opération vous fera déjà connoître la diſtance à angle droit de M en B.

Maintenant meſurez la longueur de la galerie B E & la longueur A D; ſur cette derniere longueur, prenez la diſtance M D; puis ſachant que le filon B E F décline de 10 degrés de plus que le filon A D G, du point E tirez la ligne indéfinie E L, qui faſſe avec la ligne B E un angle de 10 degrés, & qui, à cauſe de la différence des déclinaiſons des filons, ſera parallele à M D.

Du point B tirez ſur la ligne E L la perpendiculaire B L, ce qui vous donnera le triangle B E L rectangle en L, & dans lequel vous connoiſſez le côté B E & l'angle E; la réſolution de ce triangle vous donnera les côtés L E, B L.

Retranchez premiérement le côté L B du côté connu M B, pour avoir la diſtance L M; enſuite ſur le côté L E prenez la diſtance M D au point N, & de ce dernier point abaiſſez la perpendiculaire N D dont la longueur ſera égale à L M, puiſque L E & M D ſont paralleles; ce

qui vous donnera le triangle NDE dans lesquels vous connoissez les côtés ND, NE, & dont la résolution vous donnera enfin l'hypoténuse DE, qui sera la distance cherchée, si les deux ouvrages se trouvent sur un même plan horisontal.

Mais si ces travaux se trouvent plus élevés les uns que les autres, il faudra connoître, par le nivellement, la différence horisontale entre l'entrée des deux galeries A & B; cette différence sera le côté PQ d'un triangle rectangle PQR, qu'il faut tracer à part, & dont le côté PR sera égal à DE. La résolution de ce triangle vous donnera l'hypoténuse RQ, qui, dans ce cas, sera la distance cherchée. *C. Q. F. F.*

TROISIEME CAS.

Lorsque les travaux se trouvent sur un ou deux filons horisontaux.

SOLUTION.

Soit que les travaux se trouvent sur un même filon horisontal, soit qu'ils se trouvent sur des filons les uns au dessus des autres, on ne doit point employer d'autre méthode que celle que nous ve-

nons d'employer pour le second cas, où nous avons d'abord supposé que ces travaux étoient sur un même plan horisontal dans la fig. 39, & cette méthode ne consiste que dans la résolution de quatre triangles, pour avoir la distance cherchée DE, quelques situations que ces travaux ayent les uns à l'égard des autres. Toute l'attention qu'il faut avoir, c'est que lorsque ces travaux se trouvent sur des hauteurs différentes, il faut prendre ces hauteurs avec le niveau, & en faire le côté d'un triangle rectangle, comme RPQ. Dans ce triangle, où tous les côtés sont connus, on a le côté RP, qui représente la distance cherchée, lorsque les travaux sont dans un même plan horisontal; le côté RQ représente la même distance, lorsque ces travaux se trouvent plus hauts les uns que les autres; & le côté PQ représente la distance verticale des travaux.

Nous devons avertir ici que lorsqu'on est dans le cas de faire des opérations de cette nature, qui sont en quelque sorte compliquées, on doit toujours avoir soin de tracer sur un brouillon la figure des angles à-peu-près, & les longueurs des côtés à mesure qu'on les prend sur le

terrain, ſans quoi on riſque de ſe tromper, à moins qu'on ne ſoit très-verſé dans ce genre de travail.

PROBLEME. XIV.

Trouver ſur le côteau d'une montagne un point où l'on puiſſe faire un puits qui correſponde en tout ſens à un puits ſouterrain pratiqué dans la même montagne, & déterminer de combien de toiſes de profondeur ſera ce puits.

SOLUTION.

Lorſque le puits ſouterrain eſt perpendiculaire, la ſolution de ce problême eſt la même que celle du problême IX: car c'eſt la même choſe de trouver ſur le côteau d'une montagne un point qui ſoit perpendiculaire à un point donné dans ſon intérieur, que de trouver ſur ce même côteau un point où l'on puiſſe établir un puits perpendiculaire à un autre; mais ſi ce puits ſouterrain eſt incliné, & qu'il en faille conſtruire un ſupérieur qui ait la même inclinaiſon & qui lui réponde en tout ſens, il faut s'y prendre d'une autre maniere.

La ſolution que nous allons donner

ici de ce problême pour les puits inclinés, pourra également s'appliquer aux puits perpendiculaires.

Supposons qu'au puits souterrain incliné DH (*fig.* 41, *pl. V.*) il faille en construire un autre GD qui réponde au premier. Il s'agit de trouver le point G sur le côteau de la montagne où l'on doit établir ce puits; pour cet effet, mesurez la longueur de la galerie A B, que nous supposons de 90 toises, ensuite la profondeur du puits B C supposée de 15 toises, puis la distance CD supposée de 45 toises; notez toutes ces mesures sur le papier.

Prolongez idéalement la ligne AB en E, de façon que BE soit égal à CD, & par conséquent E sera perpendiculaire en D, & la distance AE sera de 135 toises. Cela fait, sur la direction de la ligne AE, prenez sur le côteau AF une longueur en ligne droite AE qui excéde la longueur AE de 15 à 20 toises plus ou moins. Et afin de prévenir les difficultés, nous supposerons que du point A vous ne pouvez pas voir le point F, à cause des élévations NP; dans ce cas, prenez l'angle AN & la distance NA du point N; abaissez la perpendiculaire NO rectangle en O;

faites la résolution de ce triangle pour avoir les côtés NO que nous supposons de 12 toises, & le côté AO de 25 toises, & pour lors la distance OE sera réduite à 110 toises.

Supposons encore, après cette premiere opération, que la hauteur P vous empêche de voir le point F; dans ce cas, prenez l'angle NP, ainsi que la distance PN, pour avoir le triangle PQN, dont nous supposons que la résolution vous donne pour le côté NQ 60 toises, & le côté PQ 26 toises; si vous ôtez 60 toises de 110 OE, il vous restera 50 toises pour atteindre la perpendiculaire DE.

Prenez ensuite l'angle PF, & mesurez la distance FP; abaissez la perpendiculaire FR pour avoir le triangle en PRF rectangle en R, dont la résolution vous donnera le côté PR que nous supposerons de 62 toises; mais nous venons de voir qu'il faut que ce côté n'ait que 50 toises pour que R soit perpendiculaire à ED, & par conséquent le côté PR est trop long de 12 toises qu'il faut retrancher de R en S, ainsi PS sera le vrai côté; mais comme S se trouve dans la montagne & n'est point accessible, il faut donc chercher à quel point il répond sur la base PF tracée sur le terrain.

Pour ce faire, élevez la perpendiculaire ST pour avoir le triangle PST rectangle en S, & dans lequel vous connoissez l'angle P pris sur F, l'angle droit & le côté PS, & dont la résolution vous donnera le côté ST supposé de 8 toises, & l'hypoténuse PT qui sera de 51 toises 1 pied; prenez de P en T 51 toises 1 pied, & plantez un piquet sur le point T, qui sera perpendiculaire aux points ED.

Si le puits D étoit perpendiculaire, le problême seroit resous, & le puits TD auroit 61 toises de profondeur, qui est la somme des côtés supposés TS. PQ. NO: BC.

Mais comme le puits D est censé incliné, il nous reste quelques opérations à faire pour avoir le point G; ainsi après avoir déterminé le point T perpendiculaire au point D, il faut descendre sur la surface de ce puits, mesurer sa profondeur DH que nous supposons de 18 toises, & prendre son angle d'inclinaison HDV que nous supposerons de 10 degrés, ce qui donnera le triangle VDH rectangle en V, dont il faut faire la résolution, qui vous donnera le côté DV de 17 toises 4 pieds, & pour le côté

HV 3 toises un pied; puis prenez la hauteur perpendiculaire SD, trouvée par les côtés PQ. NO. BC, qui, par les suppositions, est de 53 toises. Cela fait, vous ferez cette analogie : Si 17 toises 4 pieds, hauteur perpendiculaire DV, du puits DH, donne 3 toises 1 pied d'inclinaison, combien donneront 53 toises SD, hauteur perpendiculaire de D en S? Vous aurez pour quatrieme terme 9 toises 3 pieds. Prenez ces 9 toises 3 pieds de S en X, tirez la ligne DX, qui sera la même que HD prolongée en X, & par conséquent le côté du lit du puits cherché.

Mais le point X ne sort pas de la montagne; il faut encore chercher à quel point de la ligne PE se termine la ligne DX prolongée en G : pour cet effet, il faut se rappeller que le côté PS est de 50 toises, d'où ayant retranché SX de 9 toises 3 pieds, il restera PX de 40 toises 3 pieds, ce qui vous donnera le triangle oblique P G X, dans lequel l'angle X est égal à l'angle H du fond du puits de 50 degrés, puisque la même ligne G H coupe les deux paralleles VH & P S; l'angle P est connu, puisque c'est l'angle vertical sur PGF, & que nous supposerons de 12 degrés, le côté PC de 40

toises 3 pieds. En faisant la résolution de ce triangle, on trouvera le côté x G de 9 toises 1 pieds, & le côté PG de 39 toises 5 pieds; ainsi le point G se trouve à la distance du point P de cette quantité de 39 toises 5 pieds sur la ligne de direction des travaux APF.

Il s'agit maintenant de savoir de combien de profondeur sera le puits GD; pour cet effet, il faut d'abord calculer SDX rectangle en S, & dans lequel on connoît le côté SX trouvé ci-dessus de 9 toises 3 pieds, l'angle XDS de 10 degrés, parce qu'il est alterne de l'angle HDV, & conséquemment l'angle X sera de 8 degrés. En faisant la résolution de ce triangle, on aura pour le côté XD 54 toises 5 pieds, auxquelles il faut ajouter le côté XG trouvé ci-dessus de 9 toises un pied, ce qui fera 64 toises que le puits GD aura de profondeur.

Et afin que le puits GD quadre en tout point avec le puits DH, il faut prendre la direction de ce dernier, ainsi que la longueur de ses côtés, & donner au puits GD le même alignement & les mêmes dimensions.

SCHOLIE.

Jufqu'ici nous avons fuppofé que l'inclinaifon du puits DH eft fuivant la ligne de direction des travaux, & nous avons été obligés de l'établir ainfi, afin de rendre plus fenfibles les differentes opérations qu'exige la folution du problême qui nous occupe; mais dans les travaux des mines, on ne s'avife guère de faire de puits inclinés fur l'alignement des filons ou des travaux; c'eft toujours fuivant la pente des filons que ces puits font plus ou moins inclinés, & cette inclinaifon eft toujours latérale à la direction, foit à droite ou à gauche; & dans ce cas le point G que nous venons de déterminer, ne feroit pas, à beaucoup près, le véritable point correfpondant à la furface du puits DH : voici pour lors la maniere de trouver ce point.

Il faut d'abord faire la même fuppofition que nous avons faite, & opérer de la même maniere, pour avoir le point G fur la ligne de direction PF, & fa diftance du point T qui eft perpendiculaire au point D. Or il faut fe rappeller que nous avons trouvé ci-deffus la diftance

PT de 51 toises 1 pied, & la distance PG de 39 toises 5 pieds; si on ôte cette derniere quantité de la premiere, il restera 11 toises 2 pieds pour la distance du point G au point T.

Or le point T étant perpendiculaire au point D, il est évident que de quel côté que soit l'inclinaison, le point G se trouvera toujours à 11 toises 2 pieds de distance du point T.

Il ne s'agit plus que de savoir de quel côté le puits D est incliné sur la ligne de direction des travaux: cela fait, au point T tirez une perpendiculaire de part & d'autre de la ligne de direction PF; si le puits D s'incline à droite en entrant dans les travaux, le point G se trouvera à gauche de la ligne PF; ce sera le contraire s'il s'incline à gauche.

Et afin d'ôter jusqu'à l'ombre des difficultés, supposons que la figure 42 représente le dessus du terrain PF de la figure 41, la ligne PF sera la ligne de direction, le point T perpendiculaire au puits souterrain, le point G détermine la distance ou la valeur de l'inclinaison de G en T. Tirez la perpendiculaire *yz*, & faites TZ ou TY égal à TG. Si l'inclinaison de puits D est à droite, comme

du côté de Z; le point G sera transporté en Y; & si l'inclinaison du puits étoit à gauche, comme en Y, le point G sera en Z à 11 toises 2 pieds de T.

Nous supposons ici que les points *y z* sont les mêmes angles verticaux sur T que celui de G; car si les points *y* ou *z* se trouvoient plus haut ou plus bas que G, à l'égard du point T, il faudroit alors y avoir égard de la maniere qui suit.

Du point G (*fig.* 41) tirez l'horisontale G *m* pour avoir le triangle G *m* T rectangle en *m*; dans ce triangle vous aurez le côté G T de 11 toises 2 pieds, l'angle G = P 12 degrés, & conséquemment l'angle T de 78 degrés. Faites la résolution de ce triangle, qui vous donnera le côté G *m* de 11 toises, qui est la distance horisontale & constante du point G à la perpendiculaire T D.

Supposons maintenant que le point Y soit plus bas que le point G, à l'égard de T, & que l'angle vertical de Y sur T soit de 14 degrés au lieu de 12, cela formera un triangle Y *m* T & rectangle en M, dans lequel vous connoissez la base constante Y *m* (11 toises), l'angle Y de de 14 degrés, & conséquemment l'angle T de 76 degrés. Faites la résolution de

ce triangle pour avoir l'hypoténuse Y T que vous trouverez de 11 toises 5 pieds. Si le point Y se trouvoit plus haut que G, & que l'angle vertical de Y sur T ne fût que de 10 degrés, la distance T Y ne seroit que de 10 toises 5 pieds. Telle est la maniere de trouver le point proposé dans tous les cas possibles. *C.Q.F.F.*

PROBLÊME XV.

Le sommet d'une montagne formant les limites de deux Etats limitrophes, déterminer ces mêmes limites dans l'intérieur de la montagne, & connoître si les travaux pratiqués dans cette montagne anticipent sur le territoire voisin.

SOLUTION.

La solution de ce problême est fort fréquente, sur-tout dans les pays de Newcastle & de Liege, entre les propriétaires des mines de charbon.

Soit la montagne ABC *(fig. 43, pl. V.)* dont le point B, au sommet, forme la limite entre deux pays limitrophes. Il s'agit de connoître la ligne perpendiculaire B F, qui forme la même limite dans l'intérieur

l'intérieur de la montagne ; pour cet effet ; tirez la baſe AC qui paſſe ſur la direction des travaux pratiqués dans la montagne en SR, & dont la figure repréſente la coupe ; ſur cette baſe, du point B, abaiſſez la perpendiculaire BF ; du point A, prenez ſur B l'angle vertical, & meſurez la ligne A B pour avoir le triangle vertical A B F rectangle en F, qu'il ſera aiſé de réſoudre.

Mais pour prévenir toute difficulté, ſuppoſons que du point A on ne peut point appercevoir le point B, & encore moins meſurer la ligne AB, à cauſe de divers obſtacles qui peuvent s'y trouver ; dans ce cas, du point A prolongez la baſe C A en D, juſqu'à ce que du point D vous puiſſiez appercevoir le point B, & faites que le point D ſoit de niveau avec le point A, & qu'en tenant ſur ce point un fil à plomb ſur le ſignal en B, le fil tombe ſur le point A, ce qui vous ſera aiſé, enſuite prenez la hauteur de la montagne avec le niveau. L'opération ſera un peu longue, mais elle ſera d'autant plus aiſée, qu'on n'eſt pas obligé de ſuivre aucun alignement, & qu'on peut paſſer par les endroits les plus aiſés ; ce qui n'em-

pêche pas d'avoir la vraie hauteur du point proposé.

Cela fait, mesurez exactement la distance AD que nous supposons de 60 toises plus ou moins, ensuite du point D & sur la base DAC prenez l'angle vertical en B, que nous supposons de 35 degrés plus ou moins, ce qui vous donnera le triangle DFB rectangle en F, dans lequel vous connoissez le côté ou la hauteur BF que nous supposons de 200 toises, ainsi que l'angle D, & dont la résolution vous donnera l'hypoténuse DB de 348 toises 4 pieds, & la base DE de 285 toises 3 pieds.

Retranchez de cette base la distance DA, que nous supposons ici de 60 toises, il vous restera la base AF de 225 toises 3 pieds, ce qui vous donnera le triangle rectangle AFB, dont les deux côtés AF, BF sont connus, & dont vous ferez la résolution par le probléme 1er. du Chapitre III. de la troisieme partie de cet Ouvrage, & vous aurez l'angle A de 41 degrés, l'angle B de 49 degrés, & l'hypoténuse AB de 304 toises 5 pieds.

Par là vous savez déjà que du pied de la montagne en A, jusqu'à la limite du pays voisin, située dans l'intérieur de la

montagne en F, il y a 225 toises & $\frac{1}{2}$ de distance.

Il s'agit maintenant de savoir si les travaux SR pratiqués dans la montagne & dont l'entrée est en E, anticipent sur les terrains voisins, c'est-à-dire s'ils s'étendent au delà de la limite BF qui régne du haut en bas de la montagne.

Pour cet effet; prenez, avec le niveau, la hauteur verticale AE, c'est-à-dire EG, supposée de 45 toises; & comme vous ne pouvez pas savoir si la ligne AB passe par le point E, prenez l'angle AE que nous supposons de 43 degrés; Faites la résolution du triangle rectangle AEG, dont les angles & le côté EG sont connus, pour avoir le coté AG qui sera de 48 toises 2 pieds.

Otez de AF 225 toises 3 pieds, la ligne AG 48 toises 2 pieds, il vous restera la ligne ou distance FG = EH 177 toises 1 pied, & par conséquent il y aura depuis l'entrée des travaux en E jusqu'à la limite H, 177 toises 1 pied.

Mesurez maintenant la longueur de vos travaux EI; si cette longueur excéde le nombre 177 toises 1 pied, l'excédent sera anticipé sur le terrain voisin; si cette longueur est moindre, ce qu'il y aura

de moins sera la distance de l'extrêmité des travaux à la limite.

Il faut observer que nous supposons ici la ligne EI horisontale, car si les travaux alloient en descendant comme ER, ou en montant comme ES, il faudroit alors prendre l'angle ER ou ES sur l'horisontale; mesurez ensuite l'hypoténuse ER ou ES pour avoir le côté ET du triangle rectangle ERT ou EST, & alors TH sera la vraie distance des travaux à la limite.

Faites les mêmes opérations sur le triangle BCF que vous avez faites sur le triangle ABF, pour connoître la longueur des travaux VX, à l'égard de la limite BF, & le problême sera résous. *C. Q. F. F.*

SCHOLIE.

Si les travaux souterrains se trouvoient au dessous d'une plaine ou d'un terrain uni, la solution du problême seroit simple, parce qu'après avoir pris l'alignement des limites, il ne s'agit que de prendre celui des travaux & leur longueur, & les tracer sur le terrain, pour avoir la distance à la ligne de limite.

PROBLEME XVI.

Un point étant donné dans un vallon, déterminer s'il est possible d'y amener une riviere qui en est séparée par une montagne, & le nombre des toises de perçement qu'il y auroit à faire.

SOLUTION.

Soit C (*fig.* 43, *pl. V.*) le point donné; ou il s'agit de savoir s'il est possible d'y amener la riviere MN qui se trouve séparée du point C par la chaîne de montagnes PQ.

On peut supposer que ABC représente la coupe de la montagne sur la base NC, & que le point N est l'endroit où l'on peut prendre les eaux de la riviere. Cela posé, prenez avec le niveau le long du côteau AB, la hauteur verticale BF, & notez cette hauteur; puis du point C, & le long du côteau CB, nivelez la même hauteur verticale BF; si vous trouvez cette hauteur plus petite que celle que vous avez notée sur AB, la riviere ne pourra pas être amenée en C, mais si vous la trouvez seulement d'une toise

plus grande, l'éxécution du projet sera possible.

Maintenant pour savoir combien il y aura de toises de percement à faire pour exécuter cette entreprise, prenez l'angle vertical A sur B par la méthode expliquée au problême précédent, pour avoir le triangle rectangle AFB dont vous connoissez les angles & le côté BE, & dont la résolution vous donnera la base AF; faites la même chose au point C pour avoir le triangle CBF, dont la résolution vous donnera la base CF; joignez la valeur de ces deux bases, ce sera le nombre des toises de percement projetté. *C. Q. F. F.*

PROBLEME XVII.

Les eaux incommodant dans un travail soutterrain quelconque, déterminer s'il est possible de les évacuer par un percement, & de combien de toises de longueur sera le percement.

SOLUTION.

Soit AB (*fig.* 44, *pl. V.*) les travaux au fond desquels l'eau incommode en B;

mesurez la profondeur verticale de ces travaux, que nous supposons de 45 toises, depuis C ou A jusqu'à B, par le problême X. de ce Chapitre; puis cherchez dans les environs du point C l'endroit le plus bas que vous pourrez trouver, & d'où les eaux puissent avoir leurs cours, comme D; prenez le nivelement de C en D: si la hauteur que vous aurez trouvée par le nivellement est plus grande que la profondeur des travaux, le percement peut avoir lieu.

Pour savoir maintenant combien il y aura de toises, prenez l'angle vertical de D en C, que nous supposerons de 30 degrés; puis tirez la ligne horisontale DF, abaissez la perpendiculaire CE; par cette construction, l'angle C sera de 60 degrés. Nous supposerons la galerie AC horisontale, & par conséquent l'angle ACE sera droit, donc l'angle ACD sera de 150 degrés; mesurez sur le terrain les deux côtés AC, CD. Nous supposerons AC de 50 toises, & CD de 300; tirez la ligne AD pour avoir le triangle ACD, dont la résolution vous donnera l'angle A de 25 degrés 50 minutes, & l'angle D de 4 degrés 10 minutes, & le côté AD de 344 toises 2 pieds.

Cela fait, abaissez la perpendiculaire AF, ce qui vous donnera le triangle AFD rectangle en F, dont l'angle DAF est de 64 degrés 10 minutes, car il est le complément de l'angle CAD trouvé ci-dessus de 25 dégrés 50 minutes : le côté DA de 344 toises 2 pieds est connu; le côté AF est également connu, car il est exprimé par AB supposé ci-dessus de 45 toises, & par la quantité, que D se trouve plus bas que A, que nous supposons de 3 toises; ainsi le côté AF sera de 48 toises. La résolution de ce triangle vous donnera la base FD de 309 toises 5 pieds.

Cela fait, tirez la ligne BD, qui est la ligne de percement que nous cherchons, & qui vous donnera le triangle BDF rectangle en F, dans lequel le côté BF est de 3 toises supposées ci-dessus, le côté FD est de 309 toises 5 pieds, & par conséquent vous aurez par la résolution de ce triangle, la longueur de la ligne BD, ou du percement, de 310 toises 2 pieds. *C. Q. F. F.*

SCHOLIE.

Dans les calculs précédents, nous avons supposé que le point D est sur la

ligne de direction de la galerie AC; mais si le point D se trouvoit quelqu'autre part, comme en G, il faudroit alors, au lieu de prendre l'angle vertical DC, prendre du point C l'angle GCA, dont le côté AC est horisontal, mesurer les deux côtés CA, CG, tirer la ligne AG, résoudre le triangle ACG pour connoître le côté AG, & pour le surplus, opérer comme nous avons fait ci-dessus.

PROBLEME XVIII.

Connoissant la direction & l'inclinaison d'un filon au sommet, ou dans un endroit quelconque d'une montagne, déterminer l'endroit, au pied de cette montagne, où le filon doit passer.

SOLUTION.

Supposons qu'on ait découvert au sommet de la montagne PB *(fig. 43)* un filon *a b*, dont la direction soit *b* N; supposons encore qu'après avoir sondé ce filon, vous trouviez qu'il s'éloigne de la perpendiculaire de 3 pieds par toises, plus ou moins, vers *d*. Cela supposé, nivelez la hauteur perpendiculaire de la

montagne depuis N jusqu'à *b*, & supposons que vous trouviez cette hauteur de 250 toises : cela fait, puisque le filon à chaque toise de profondeur perpendiculaire s'éloigne de 3 pieds de cette même perpendiculaire à 250 de profondeur, il s'éloignera de 125 toises ; ainsi au point N & sur la direction *b* N tirez la perpendiculaire N *e*, prenez sur cette perpendiculaire 125 toises en *e*. C'est sur ce point que vous trouverez le filon, si son inclinaison est constante ; mais comme cette inclinaison est sujette à varier, c'est aux environs de ce point *e* qu'il faut le chercher, & c'est sur la ligne *e* B que vous le trouverez le long du côteau de la montagne.

Il est même d'usage de faire sur cette ligne des trous de distance en distance, que les Allemands appellent *schurf*, pour reconnoître la tête du filon. Si la surface du côteau P *b* N *e* étoit une plaine, la tête de ce filon se trouveroit sur la ligne *b* N, qui est sa vraie direction ; mais la pente du côteau, jointe à l'inclinaison, le rejettent sur la ligne *b e*.

PROBLEME XIX.

Connoissant l'inclinaison à la direction de deux filons collateraux, dont l'un couche, ou est plus incliné que l'autre, déterminer la profondeur, du lieu de leur croisée, dans l'intérieur de la montagne.

SOLUTION.

Soit AB, CD *(fig. 45)* les deux filons proposés ; supposons leur distance en AC de 15 toises & ½, & en BD de 10 toises 3 pieds ½ ; supposons encore que le point A est plus haut de 4 toises que le point C, & que le point B est plus haut que le point D de 3 toises plus ou moins : cela supposé, du point D tirez la ligne horisontale DI, & abaissez la perpendiculaire BI ; faites la résolution du triangle DIB rectangle en I, & dont les deux côtés BD de 10 toises 3 ½ pieds, & BI de 3 toises, sont connus, & vous aurez pour la base DI 10 toises.

Cela fait, du point D abaissez la perpendiculaire DE, & supposons que le filon CD couche de D en G, & qu'en le fondant, vous avez trouvé qu'il fait un an-

gle de 30 degrés avec la perpendiculaire DE, par conséquent son angle sur la base DI, qui est le complément du premier, sera de 60 deg. Supposons en même temps que vous avez trouvé que le filon AB couche dans le même sens que le premier, & qu'il fait un angle de 9 degrés avec la perpendiculaire BI, & par conséquent son angle sur la base horisontale DI sera de 99 degrés, savoir, 90 degrés que la perpendiculaire BI fait sur cette base, & 9 que la ligne d'inclinaison fait au-delà de la même perpendiculaire en S. Des points D & B tirez les lignes BG, DG pour avoir le triangle DGS, dans lequel vous avez la base DI 10 toises, l'angle D de 60 degrés, & l'angle S de 99, ce qui vous donne l'angle G de 21 degrés. Faites la résolution de ce triangle, & vous aurez pour le côté DG 27 toises 3 pieds, & pour le côté IG 24 toises 1 pied, auquel il faut ajouter 3 toises IB, ce qui fera pour le côté B G 27 toises 1 pied; & par là vous saurez d'abord à quelle profondeur ces filons se croisent en BD.

Si les filons étoient paralleles, ils se croiseroient à la même profondeur sur toute leur longueur; mais cela devient

différent, lorsqu'ils n'ont pas la même direction, comme dans la position de ce problême, il faut par conséquent chercher à quelle profondeur ils se croisent en AC.

Comme le point A est supposé de 4 toises plus haut que le point C, il faut abaisser la perpendiculaire AP, & tirer l'horisontale C P, ce qui vous donnera le triangle CPA rectangle en P, dont l'hypoténuse AC est de 15 toises 3 pieds, & le côté PA de 4 toises. Faites la résolution de ce triangle, qui vous donnera la base horisontale CP de 15 toises.

Comme les inclinaisons des filons peuvent être regardées comme constantes, les angles que les lignes AH, CH forment sur cette base, seront les mêmes que BG & DG, & conséquemment dans le triangle PCH, l'angle P sera de 99 degrés, l'angle C de 60 degrés, ce qui donne l'angle H de 21 degrés. La base CP étant de 15 toises, il n'y a plus qu'à resoudre ce triangle, pour savoir à quelle profondeur se trouve la croisée en H, que vous trouverez pour le côté CH de 44 toises 2 pieds, & pour le côté PH de 35 toises 2 pieds, auquel il faut joindre 4 toises PA, ce qui vous donnera 39 toises 2

pieds, d'où l'on voit que la croisée est bien plus profonde en A qu'en B, parce que les filons sont bien plus éloignés en A qu'en B.

Si vous imaginez une ligne tirée dans l'intérieur de la montagne de H en G, ce sera la ligne sur laquelle les filons se croisent sur la longueur AB ou CD. *C. Q. F. F.*

SCHOLIE GÉNÉRALE,

OU

Maniere de résoudre tous les Problêmes précédens, sans calculer les triangles.

POUR résoudre les différens Problêmes proposés dans ce Chapitre, nous n'avons guère employé que les calculs trigonométriques, parce que cette méthode nous a paru la plus sûre; mais, pour l'ordinaire, les Géometres Mineurs n'y font pas tant de façon, & font toutes ces opérations le mieux qu'ils peuvent, par une voie méchanique: voici leur méthode. Après avoir pris les angles & les mesures accessibles, ils trans-

portent tout cela ſur le papier, au moyen du rapporteur & de l'échelle de réduction, & prennent enſuite les réſultats avec le compas ſur leur échelle, ce qui donne tout d'un coup la ſolution du problême.

Eſt-il queſtion, par exemple, de prendre la longueur d'un côté d'une montagne AB (*fig.* 25, *pl. IV.*) ainſi que ſa hauteur BC, ils prennent le long de ce côteau, avec le demi-cercle, autant d'angles verticaux ADF que la longueur d'une chaîne ou d'un cordeau, dont la meſure eſt connue, peut leur en fournir; par cette méthode, on a la meſure des hypoténuſes d'autant de triangles rectangles ADE, DFG, &c. qu'on a fait de ſtations. Cela fait, ils tranſportent tous ces angles & ces meſures ſur le papier : voici comment. On tire d'abord une ligne AI ſur la feuille de papier qui repréſente la ligne horiſontale ou la baſe de la montagne; ſur une extrémité A de cette ligne, on prend le premier angle AD avec le rapporteur, on tire la ligne AD, & l'on prend avec le compas ſur l'échelle, le nombre de toiſes que cette opération a données, & on les porte ſur cette ligne AD; enſuite avec

le crayon on tire la ligne DK parallele à AC, & sur cette ligne on prend, avec le rapporteur, l'angle DF; on tire la ligne DF, & en prenant sur l'échelle, avec le compas, le nombre de toises qu'on a trouvées à la seconde opération, on les transporte sur cette ligne DF : on fait la même opération sur toutes les autres stations, & par là on a sur le papier, les mêmes angles & les mêmes distances qu'on a mesurés sur le terrain.

Parvenu en B, à l'extrêmité de la derniere station, on tire la perpendiculaire BC sur la base AI, ensuite on tire la ligne AB; après quoi on prend, avec l'ouverture du compas, par exemple, la longueur de la ligne AB, & l'on porte cette ouverture sur l'échelle, qui vous donne le nombre de toises que cette ligne contient, & ainsi des autres lignes AC, BC.

On fait les mêmes opérations de l'autre côté BI de la montagne, & l'on a, de cette maniere, la base d'une montagne, la longueur de ses côteaux, ainsi que sa hauteur perpendiculaire.

Il est aisé de voir qne par cette méthode, on peut facilement résoudre tous les problêmes que nous avons proposés dans

dans ce Traité, en ſuivant néanmoins l'ordre des opérations que nous avons preſcrites.

Lorſque ces opérations ne ſont pas étendues, & que le terrain eſt aſſez praticable pour pouvoir planter des piquets de diſtance en diſtance ſur la ligne de direction, on peut très-bien employer cette méthode; mais il n'eſt pas poſſible d'en faire uſage dans des roches eſcarpées, & dans des ravins & des abîmes qui ne ſont pas acceſſibles. Il faut alors, de néceſſité, avoir recours au calcul des triangles, & nous le conſeillons toujours de préférence à toute autre méthode.

Telles ſont les principales opérations qui ſont du reſſort de la Géométrie Souterraine. On ſent parfaitement, au ſurplus, que les circonſtances du local peuvent les varier à l'infini; mais nous pouvons aſſurer, en même tems, qu'il ne s'en trouvera pas qui n'ayent un rapport immédiat avec quelqu'un des Problêmes que nous avons propoſés, & qu'on ne puiſſe exécuter par la même méthode; car il n'y a point de meſure en ligne droite, qu'on ne puiſſe connoître par la réſolution d'un ou de pluſieurs triangles, ſoit qu'on connoiſſe les parties re-

quises de ces triangles, soit qu'on s'en procure la connoissance par des lignes connues; nous n'avons rien négligé pour nous rendre aussi intelligible qu'il a été en nous. Cet Ouvrage n'étant point un traité d'éloquence, mais un traité d'instruction, nous n'avons pas craint de tomber dans de fréquentes répétitions, toujours placées à propos, lorsqu'il s'agit d'instruire & de se rendre utile au Public. Tel a du moins été notre but.

FIN.

EXTRAIT DES REGISTRES

De la Société Royale des Sciences.

Du 9 Mai 1776.

NOUS, Commiſſaires nommés par la Société Royale, avons examiné un Ouvrage de Mr. DE GENSSANE, qui a pour titre : *la Géométrie Souterraine, ou Traité de Géométrie-Pratique, appliqué à l'uſage des Travaux des Mines.*

La ſcience des Mines emprunte ſouvent le ſecours de la Géométrie. Rien n'étoit donc plus néceſſaire aux Mineurs, qu'un Traité de Géométrie-Pratique, qui pût les diriger ſuffiſamment dans leurs travaux ſouterrains. Mr. JARS avoit promis un pareil Traité ; mais la mort l'ayant prévenu, Mr. DE GENSSANE, à la ſollicitation de pluſieurs perſonnes, s'eſt occupé du même objet. Nous allons rendre compte du fruit de ſon travail.

Il expoſe, dans un Diſcours Préliminaire, le plan de ſon Ouvrage, & les motifs qui l'ont fait entreprendre. Ce même Diſcours préſente quelques notions générales qu'il étoit important de donner.

L'Ouvrage eſt diviſé en trois Parties.

La premiere traite des différentes ſituations ou alignemens qu'affectent les filons ou veines minérales dans les roches & les terres où on les trouve.

La seconde contient la description & fait connoître les usages des Instrumens de Mathématiques, propres aux travaux des Mines. Outre l'Etui de Mathématiques ordinaire, il faut à un Mineur un demi-Cercle, une Boussole, un Récipiangle ou Graphomètre. L'Auteur donne dans le plus grand détail la maniere de s'en servir; il montre même à quels défauts ces instrumens peuvent être sujets, & il propose en même tems les moyens de les rectifier.

Dans la troisieme partie, qui fait proprement le corps de l'Ouvrage, Mr. DE GENSSANE donne la Solution de tous les Problêmes qui ont rapport à la Géométrie Souterraine.

Après les premieres notions de la Géométrie élementaire sur les lignes droites, le Cercle, les Triangles, il enseigne à tracer sur le papier par les règles de pratiques ordinaires, des paralleles, des perpendiculaires, des lignes formant entr'elles un angle quelconque donné.

Delà il passe à la Trigonométrie rectiligne; il donne la résolution des triangles rectangles & obliquangles par les analogies connues & avec le secours des tables des sinus & des logarithmes, dont il explique l'usage.

Comme il est rare que dans la Géométrie Souterraine on ait d'autres triangles à résoudre que des triangles rectangles, Mr. DE GENSSANE présente pour ces derniers triangles une seconde méthode, qui consiste à se servir d'une table particuliere qu'il a construite & que l'on trouve dans son Ouvrage. Enfin il parle aussi d'une troisieme méthode, qui est la méthode Graphique, préférée par le commun des Mineurs, & qui,

avec un peu d'attention, eſt ſuffiſamment exacte dans bien des cas.

C'eſt dans le reſte de l'ouvrage qu'on trouvera les opérations propres à la Géométrie Souterraine. On y enſeigne d'abord à tracer la ligne Méridienne dans tous les différens cas; on y donne les moyens de meſurer la longueur d'une galerie, de connoître ſa direction générale, de déterminer, ſur les côteaux d'une montagne, les points qui répondent perpendiculairement aux contours d'une galerie pratiquée au pied de cette montagne : on y apprend enſuite à niveler un terrain, à meſurer la profondeur verticale d'un puits incliné, à lever le plan des travaux ſouterrains d'une mine. Delà l'Auteur paſſe à des Problêmes un peu plus compliqués; il s'agit de trouver un point d'un côté d'une montagne, d'où l'on puiſſe percer une galerie, qui en aille rencontrer une autre déjà pratiquée de l'autre côté de la même montagne; il eſt queſtion de déterminer la diſtance de deux ou pluſieurs travaux pratiqués dans une même montagne entre leſquels il n'y a aucune communication, ſoit que ces travaux ſe trouvent ſur le même ou ſur différens filons. La conſtruction des puits ſouterrains, l'évacuation des eaux dans les travaux des mines, ont auſſi leurs difficultés particulieres, ainſi que la maniere de déterminer les limites de deux états voiſins dans l'intérieur d'une montagne, ces deux états ayant déjà leurs limites connues au ſommet. Mr. DE GENSSANE apprend à ſurmonter toutes les difficultés de ces différens problêmes & de pluſieurs autres, en employant la Trigonométrie ou la méthode Graphique. La Trigo-

nométrie doit cependant être préférée, & il conseille de l'employer ; elle est même quelquefois absolument nécessaire.

Cet Ouvrage paroît remplir le desir des Mineurs d'avoir entre leurs mains une Géométrie pratique, uniquement appliquée à leurs usages. Mr. DE GENSSANE a donné des règles de pratique sans démonstrations ; on ne lui demandoit rien de plus, mais ces pratiques sont détaillées avec une exactitude & une clarté qui ne laissent rien à desirer. Nous pensons en conséquence que cet Ouvrage doit être publié avec l'approbation de la Compagnie. Fait à Montpellier, le neuf Mai mil sept cent soixante-seize. *Signé* LE ROI. DE RATTE.

Je soussigné certifie l'Extrait ci-dessus conforme à son original & au jugement de la Compagnie. A Montpellier, ce treizieme de Mai mil sept cent soixante-seize.

DE RATTE, *Secrétaire perpétuel de la Société Royale des Sciences.*

PRIVILÉGE DU ROI.

LOUIS, PAR LA GRACE DE DIEU, ROI DE FRANCE ET DE NAVARRE : A nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes de notre Hôtel, Grand-Conseil, Prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, SALUT. Notre bien amée la Société Royale des Sciences de Montpellier, Nous a fait exposer qu'elle auroit besoin de nos Lettres de Privilége, pour la réimpression de ses Ouvrages. A CES

Causes, voulant favorablement traiter notredite Société, Nous lui avons permis & permettons par ces Présentes, de faire réimprimer par tel Imprimeur qu'elle voudra choisir, tous les Ouvrages qu'elle voudra faire imprimer en son nom, en tels volumes, forme, marge, caracteres, conjointement ou séparément, & autant de fois que bon lui semblera, & de les faire vendre & débiter par tout notre Royaume, pendant le tems de vingt années consécutives, à compter du jour de la date des Présentes, sans toutefois qu'à l'occasion des Ouvrages ci-dessus spécifiés, il puisse en être réimprimés d'autres qui ne soient pas de notredite Société. *Faisons défenses à tous Imprimeurs, Libraires & autres personnes de quelque qualité & conditions qu'elles soient, d'en introduire de réimpression étrangere dans aucun lieu de notre obéissance; comme aussi de réimprimer ou faire réimprimer, vendre, faire vendre, débiter, ni contrefaire lesdits Ouvrages, ni d'en faire aucuns extraits, sous quelque prétexte que ce puisse être, sans la permission expresse & par écrit de ladite Société ou de ceux qui auront droit d'elle, à peine de confiscation des exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans*; dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, & l'autre tiers à ladite Société ou à ceux qui auront droit d'elle, à peine de tous dépens, dommages & intérêts, à la charge que ces présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que la réimpression desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, en bon papier, beaux caractéres, conformément aux Réglemens de la Librairie; qu'avant de les exposer en vente, les Manuscrits & Imprimés qui auront servi de copie à la réimpression desdits Ouvrages, seront remis ès mains de notre très-cher & féal Chevalier, Chancelier de France, le Sieur De Lamoignon, & qu'il en sera ensuite remis deux exemplaires de chacun dans notre Bibliothéque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notredit très-cher & féal Chevalier Chancelier de France, le Sieur De Lamoignon, le tout à peine de nullité des Présentes;

du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Société, ou ses ayant cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie des Présentes, qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin desdits Ouvrages, soit tenue pour dûment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conseillers-Secrétaires, foi soit ajoutée comme à l'Original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent sur ce requis, de faire pour l'exécution d'icelle tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Chartre Normande & Lettres à ce contraires. CAR TEL EST NOTRE PLAISIR. DONNÉ à Versailles le vingt-neuvieme jour du mois d'Août, l'an de grace mil sept cens soixante, & de notre règne le quarante-cinquieme. Par le Roi en son Conseil.

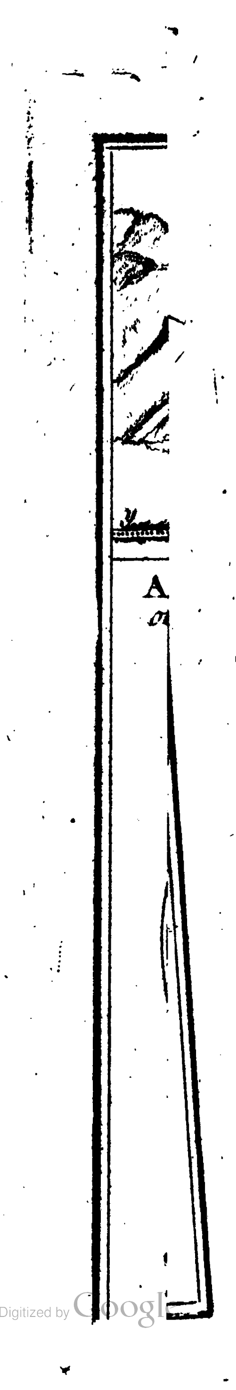
LE BEGUE, *Signé.*

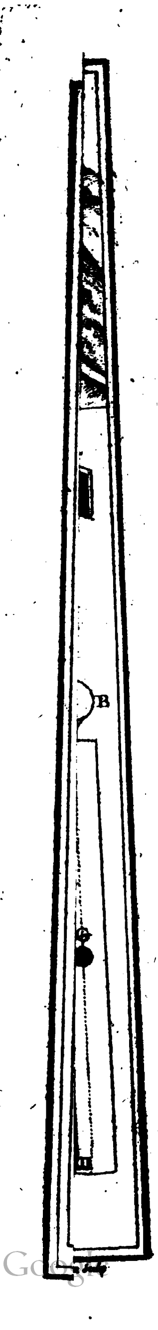
Regiſtré sur le Registre XV. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 112. fol. 113. conformément au Réglement de 1723. qui fait défenses, Art. 41, à toutes personnes de quelques qualités & conditions qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter, faire afficher aucuns Livres, pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les auteurs ou autrement, & à la charge de fournir à la susdite Chambre neuf Exemplaires prescrits par l'Art. 108. du même Réglement. A Paris, ce 15 Octobre 1760.

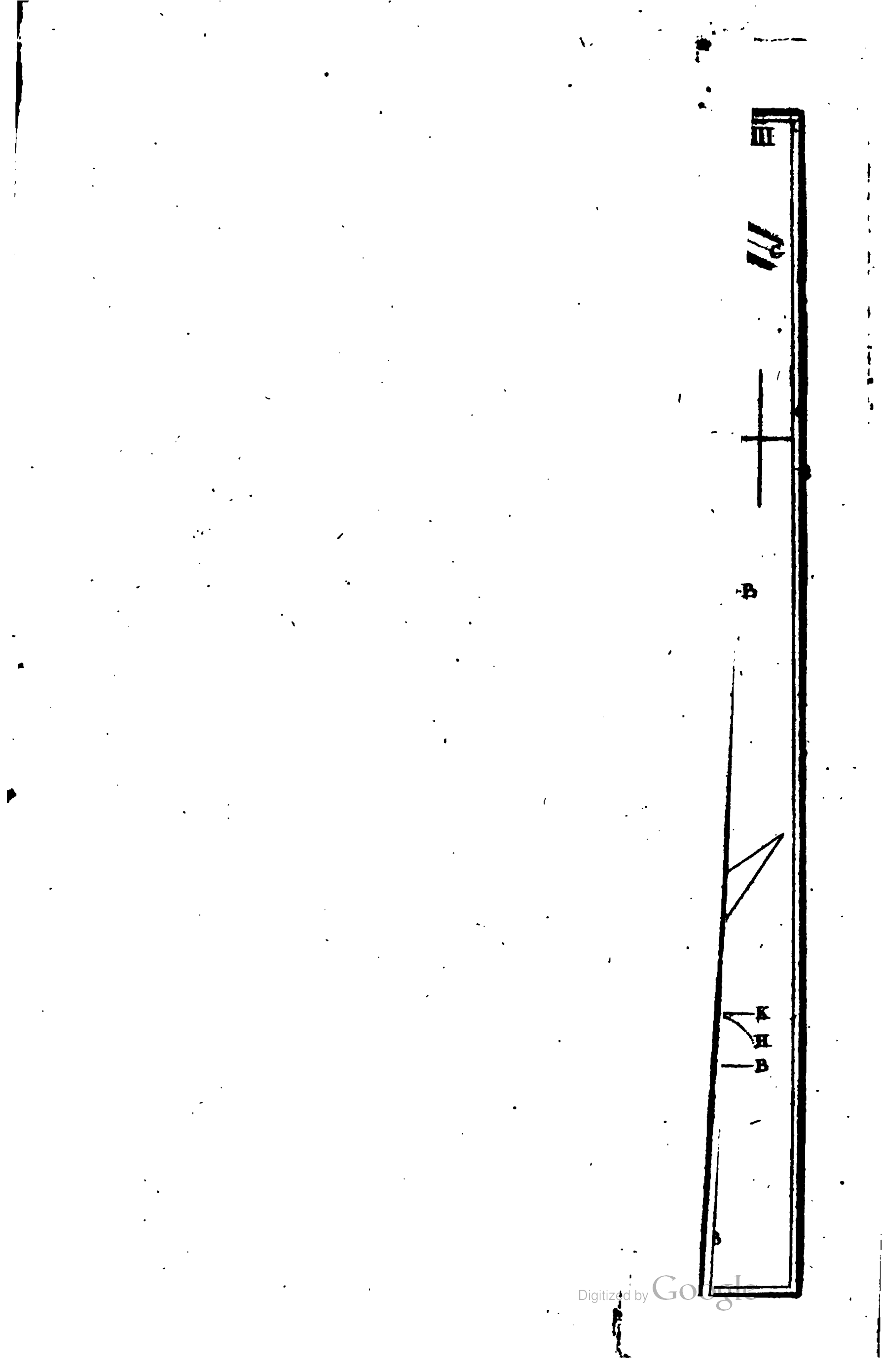
VINCENS, Adjoint. *Signé.*

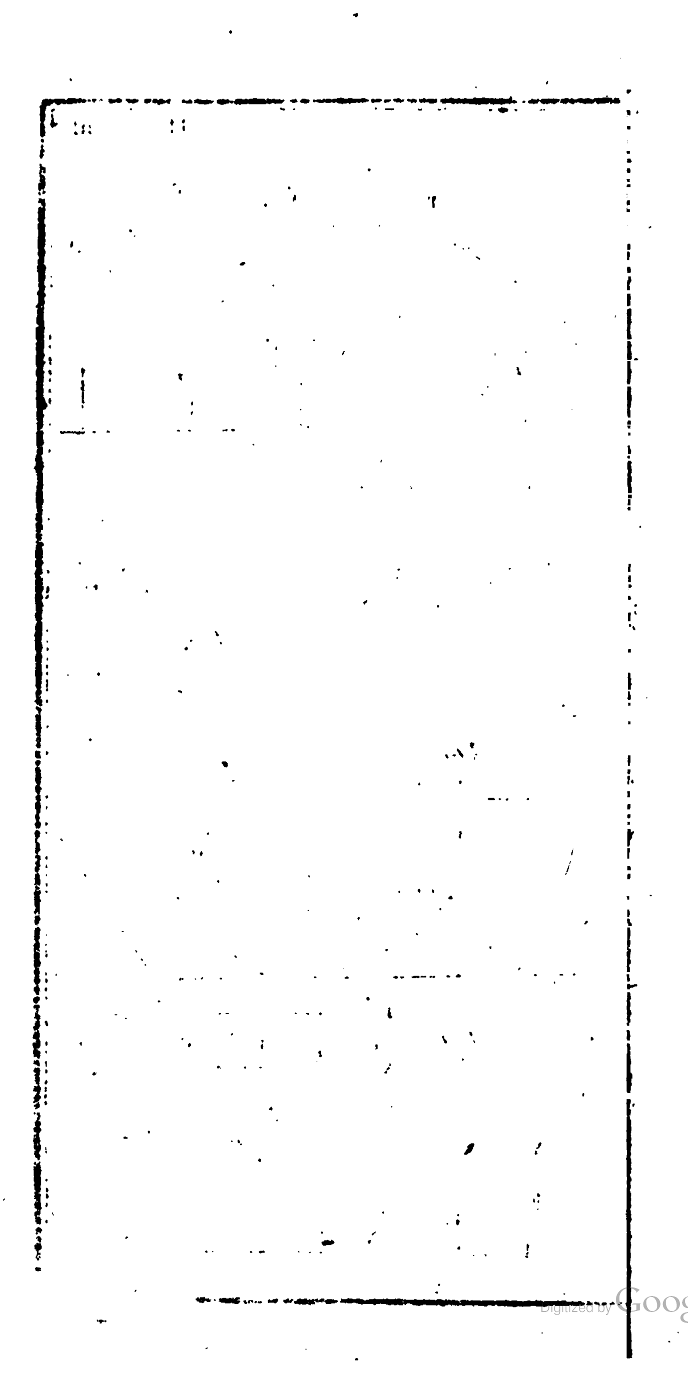
Collationné par Nous, Écuyer, Conseiller-Secrétaire du Roi, Maison, Couronne de France, Contrôleur en la Chancelerie de Montpellier.

MARTIN.

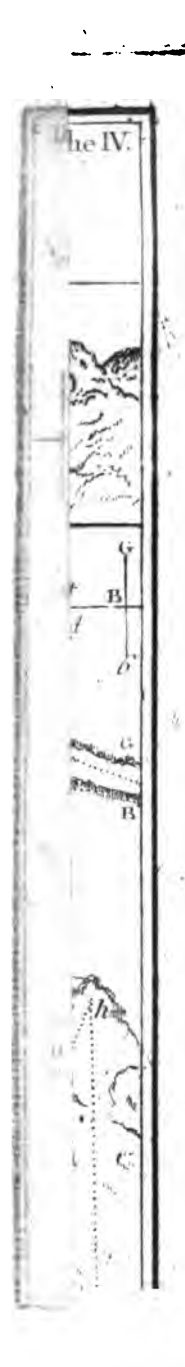



B
G
H


C
B
K
H
B






he IV.
G
B
G
B

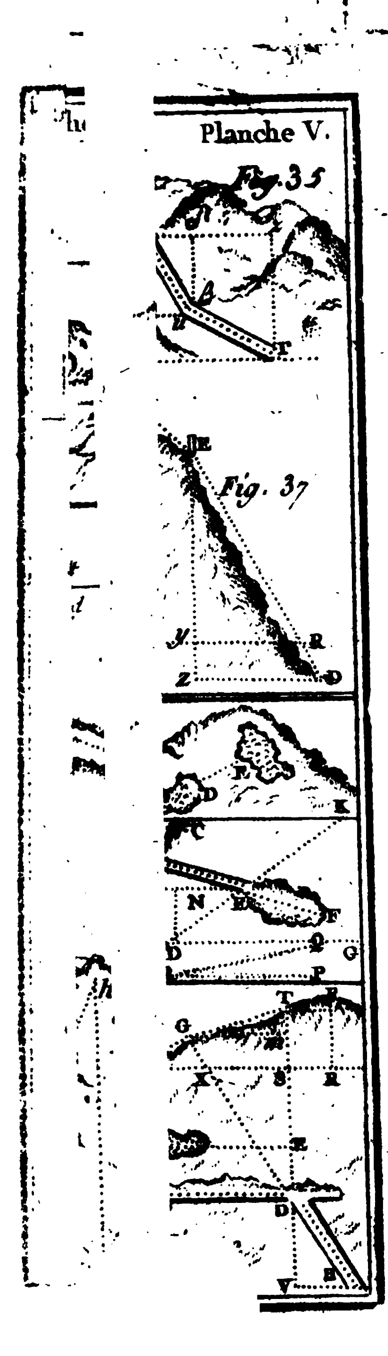

Planche V.
Fig. 35
T
E
Fig. 37
R
y
Z
D
F
D
K
C
N
E
F
D
Q
G
P
T
F
G
X
S
R
H
D
E
V
h

TABLE
DES MATIERES
Contenues dans la Géométrie Souterraine.

Table des Problêmes rélatifs à la Géométrie Souterraine.

Table des Problêmes de la Géométrie Souterraine.

Fin de la Table.

Le Lecteur est prié de corriger cet Errata, *avant de lire cet Ouvrage.*

ERRATA.

Page 54, ligne 3. *prétend*, lisez *prend.*
Page 59, ligne première, *au somme*, lisez *au sommet.*
Page 88, ligne dernière, *comprenoient*, lisez *comprennent.*
Page 108, ligne pénultième, 3 $\frac{2}{3}$, lisez 3 $\frac{2}{5}$.
Page 169, ligne 25, *ajoutez en descendant, & le contraire en montant.*

A PEZENAS,

De l'Imprimerie de *JOSEPH FUZIER*, Libraire, Imprimeur du Roi & de la Ville. 1776.

*Suplément à l'*Errata *de la Géométrie* Souterraine.

PAGE 20. *mettez au commencement de la ligne* 3, *le* des *qui est à la fin.*

——— *lig. pénultième* bb dd, *lis.* bd bd.

Pag. 21. *lig.* 10, INK, *lisez* INR.

——— *lig.* 18. Ligl, *lisez* Liegend.

Pag. 26. *lig.* 20, toujours, *lisez* non plus.

Pag. 29. *lig.* 23, falhert, *lisez* falerts.

Pag. 39. *lig.* 19, ABC, *lisez* ADC.

Pag. 40. *ligne dernière*, deviennent, *lisez* devienne.

Pag. 52. *lig.* 4, L, *lisez* H.

Pag. 62. *lig.* 13, fig. 2, *lisez* fig. 11.

——— *lig.* 24, fig. 2, *lisez* fig. 11.

Pag. 63. *lig.* 15, centre, *lisez* cercle.

Pag. 65. *lig.* 19, AB, *lisez* ABC.

Pag. 66. *lig.* 18, art, *lisez* arc.

Pag. 72. *lig.* 22, donne, *lisez* donc.

Pag. 73. *lig.* 2, AB, *lisez* AD.

Pag. 96. *lig.* 6, B, *lisez* C. *idem lig.* 11.

Pag. 99. *lig. pénultième*, CB, *lisez* EB.

Pag. 113. *lig.* 19, 4 pieds, *lisez* 3 pieds.

Pag. 118. *lig.* 5, 0171, *lisez* 0131.

Pag. 122. *lig.* 8. *première colonne*, 5772, *lisez* 5771.

——— *lig.* 22. *seconde colonne*, 9046, *lisez* 9045.

Pag. 127. *lig.* 4, FD, *lisez* FB.

Pag. 159. *lig.* 16, fig. 35, *lisez* fig. 34.

Pag. 161. *lig.* 11, fig. 35, *lisez* fig. 34.

Pag. 163. *lig.* 18, fig. 35, *lisez* fig. 34.

Pag. 165, *lig.* 19, m r, *lisez* en r.

Pag. 172. *lig.* 7, fig. 52, *lisez* fig. *AD.*

Pag. 173. *lig.* 17, i g i ſ, *lisez* i h, h ſ.

——— *lig.* 18, i g ſ, *lisez*, i h ſ. *lig.* 19, ſ m, *lisez* ſ o.

Pag. 183. *lig.* 18, B m e, *lisez* B m c.

Pag. 184. *lig.* 3, d e, *lisez* d G.

——— *lig. pénultième*, b r, *lisez* b p.

Nous demandons pardon à nos Lecteurs, de trouver ici un Errata *aussi long : mais les devoirs de notre état, ne nous ayant pas permis de voir les épreuves par nous-même, pour en corriger les fautes, l'Impression étoit finie, avant que nous ayons pu les appercevoir ; & comme c'est ici un Tratié purement de pratique, il est indispensable qu'on se donne la peine de les corriger, avant d'en faire usage.*

